Macroeconomia Microfundamentada

Desemprego: Modelo Search-and-Matching

Tomás R. Martinez

INSPER

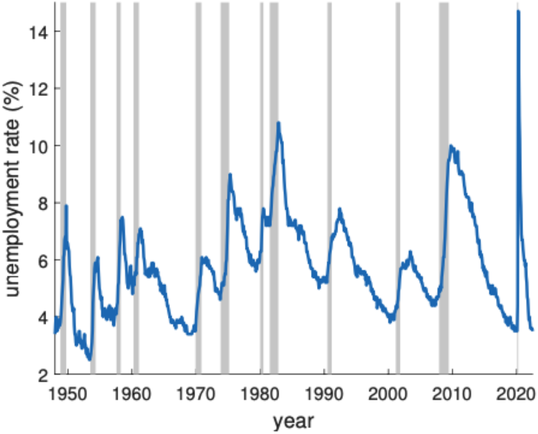
Referências

- Versão Básicas: Garin, Solís e Sims Capitulo 17 (em especial 17.4).
- Versão Avançada: PhD Macrobook: Ch. 18, https://phdmacrobook.org/downloads/
- Rogerson, Shimer & Wright (2005): Search-Theoretic Models of the Labor Market: A Survey. *Journal of Economic Literature*.

Introdução

- Até agora assumimos um mercado de trabalho sem fricções, onde a oferta iguala a demanda.
- Neste caso não há desemprego involuntário e o salário de equilíbrio iguala ao produto marginal das empresas.
- Isto não é uma boa hipótese sobre o mundo real onde muitas pessoas que querem trabalhar não conseguem emprego (especialmente em recessões).
- Vamos incluir fricções na hora de encontrar trabalho. É necessário gastar tempo, esforço e recursos para que trabalhadores encontrem empregos e empresas preencham as vagas.

Tx. de desemprego nos Estados Unidos



Fonte: CPS (via PhD Macrobook)

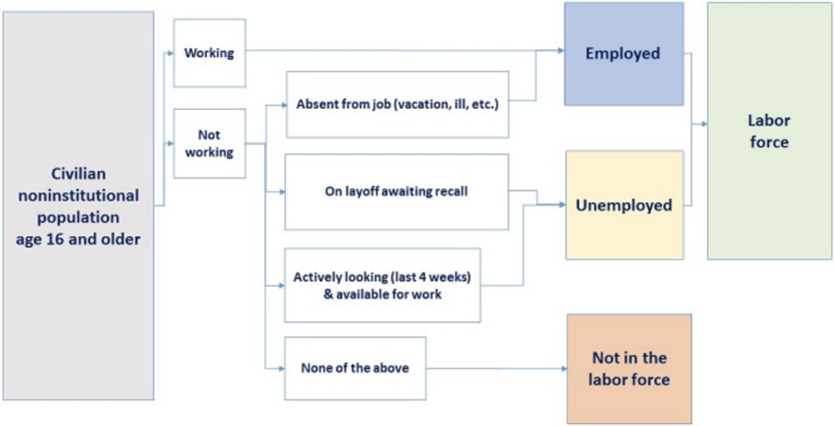
Medindo o Mercado de Trabalho

Definições gerais:

- **Empregados (ou ocupados):** Trabalharam na semana de referência da pesquisa.
  - Incluem formais, informais, empregadores, e trabalhadores familiares sem remuração.
- **Desempregados (desocupados):** Não trabalharam na semana de referência da pesquisa, mas procuraram emprego.
- **Fora da força de trabalho:** Não procuraram trabalho na semana de referência.
  - Estudantes, aposentados, trabalhadores do lar, mas também desalentados (gostariam de trabalhar, mas desistiram de procurar).

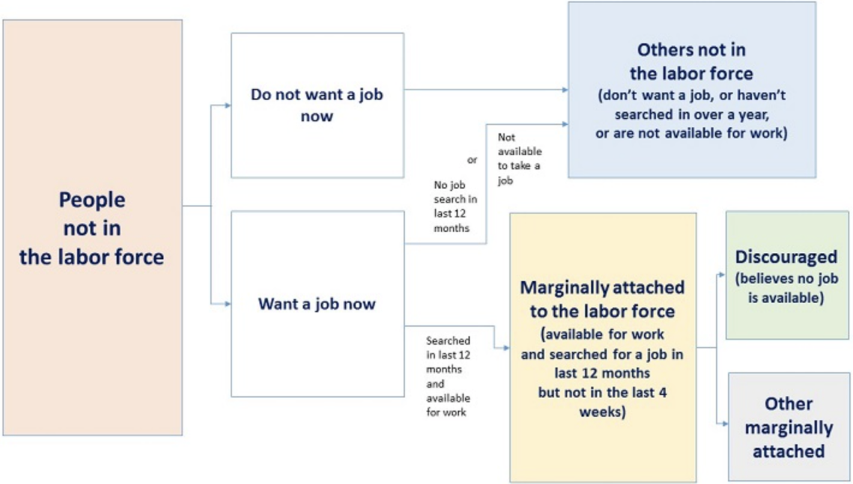
Força de trabalho: Empregados + desempregados.

Definição da Current Population Survey



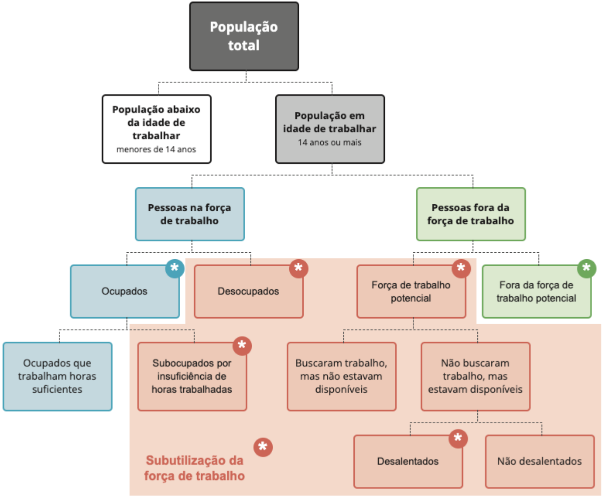
Fonte: CPS

Definição da Current Population Survey



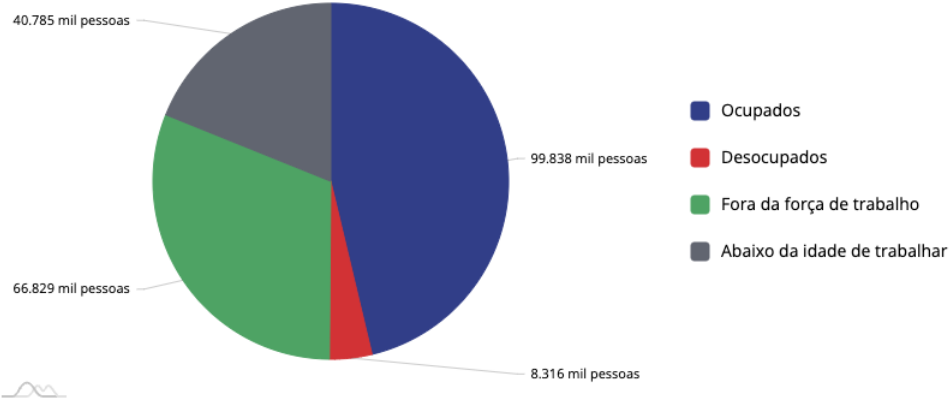
Fonte: CPS

Definição do IBGE



Fonte: IBGE

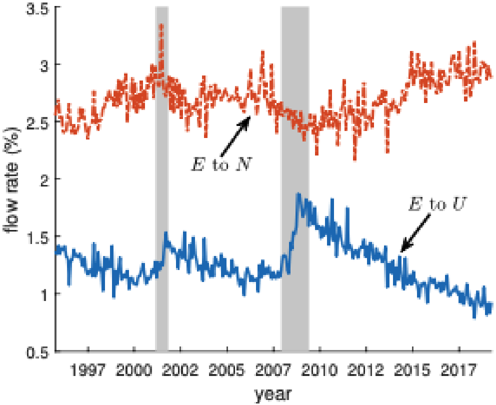
Brasil



Fonte: IBGE

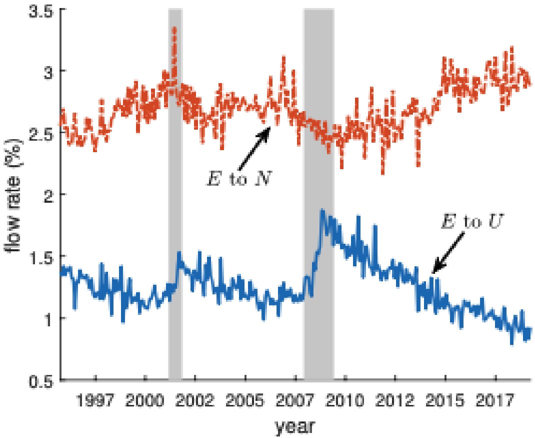
Fluxos e Estoques: USA

Figura: Fração de trabalhadores ocupados que ficam desempregado (fluxo bruto)



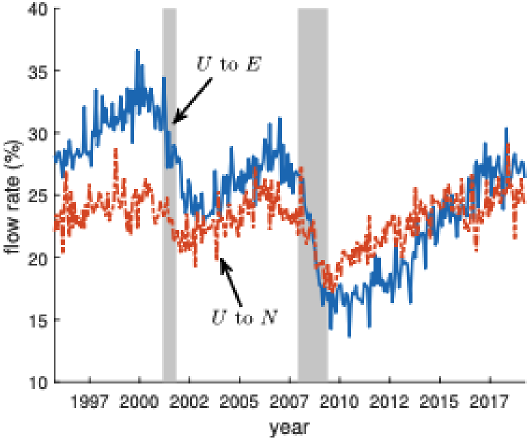
Fonte: Fallick and Fleischman (2004) (via PhD macrobook).

USA Fluxos e Estoques: E para U & N



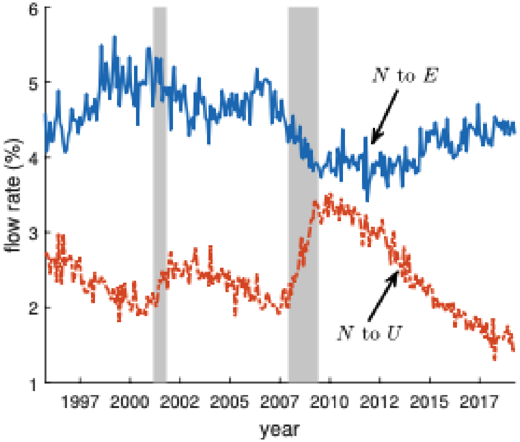
Fonte: Fallick and Fleischman (2004) (via PhD macrobook).

USA Fluxos e Estoques: E para U & N



Fonte: Fallick and Fleischman (2004) (via PhD macrobook).

USA Fluxos e Estoques: N to E & U



Source: Fallick and Fleischman (2004) (via PhD macrobook).

Um Modelo de Desemprego de Estoques e Fluxos

- Vamos considerar um modelo simples de desemprego. Ignore os fluxos dentro e fora da força de trabalho.

- Normalize a força de trabalho para 1, então:

$$e_t + u_t = 1$$

  onde e_t é o emprego e u_t é a taxa de desemprego no tempo t.

- A lei de movimento da taxa de desemprego é:

$$u_{t+1} = u_t(1 - \lambda) + \sigma \underbrace{(1 - u_t)}_{e_t}$$

  onde λ é a **taxa de encontro de emprego** (*job finding rate*) e σ é a **taxa de separação do emprego** (*job separation rate*).

Um Modelo de Desemprego de Estoques e Fluxos

- No estado estacionário, a taxa de desemprego é constante, $u_{t+1} = u_t = u_{ss}$, e é:

$$u_{ss} = u_{ss}(1-\lambda) + \sigma(1-u_{ss}) \quad \Leftrightarrow \quad u_{ss} = \frac{\sigma}{\lambda+\sigma}$$

  - Se a taxa de separação é maior, $\uparrow \sigma$, o desemprego é maior.
  - Se a taxa de encontro de emprego é maior, $\uparrow \lambda$, o desemprego é menor.

- Por fim, a taxa de encontro de emprego também está relacionada com a duração esperada do desemprego: $D = 1/\lambda$.

O Modelo de Diamond-Mortensen-Pissarides (DMP)

- O estoque e o fluxo são úteis para pensar sobre o desemprego, mas não dizem nada sobre como a taxa de encontro de emprego ou a taxa de separação são definidas.

- Vamos usar **fricções de procura** para endogeneizar as taxas de encontro de emprego.
  - Os trabalhadores estarão empregados ou desempregados. Os desempregados procuram emprego.
  - As empresas procuram trabalhadores anunciando vagas de trabalho. Uma vez que um trabalhador desempregado encontra uma vaga, a empresa produz y e paga um salário w.
  - A busca é **aleatória**: todas as vagas têm a mesma chance de encontrar trabalhadores, e todos os trabalhadores têm a mesma chance de encontrar as vagas.

- Essa teoria deu o prêmio nobel em economia para Diamond-Mortensen-Pissarides em 2010.

A Função de "Matching"

- O número de "matchings" depende de quantas vagas e trabalhadores desempregados estão na economia. Resumimos isso por meio de uma **função de "matching"**:

$$\mathcal{M}_{t+1} = M(u_t, v_t)$$

  onde u_t e v_t são o número de desempregados e vagas em t, e $\mathcal{M}_{t+1}$ é o número de *matches* entre trabalhadores e empresas no próximo período.

- Assumimos que M é crescente em ambos os argumentos, côncava, e tem retornos constantes de escala.

- A **função de "matching"** é uma caixa-preta. Ela resume o problema complexo das atividades de recrutamento, custos de busca, etc., mas é analiticamente conveniente e foi estimada para muitos países.

A Função de "Matching"

- Vamos supor que a função de matching é uma Cobb-Douglas:

$$M(u, v) = \chi u^{\eta} v^{1-\eta},$$

  onde χ é a "matching efficiency", quanto maior é χ menor é a fricção de busca.

- É útil definir o **"tightness" no mercado de trabalho** como $\theta_t \equiv v_t / u_t$.

- O **tightness** (tensão, aperto) é uma medida de quão aquecido está o mercado de trabalho.

A Função de "Matching"

- Como a busca é aleatória, a probabilidade de um trabalhador encontrar uma firma (ou seja, taxa de encontro de emprego) é:

$$\lambda_w(\theta_t) = \frac{M(u_t, v_t)}{u_t} = M\left(1, \frac{v_t}{u_t}\right) = M(1, \theta_t) = \chi\theta^{1-\eta}$$

- Da mesma forma, a probabilidade de uma empresa (i.e., uma vaga) encontrar um trabalhador é:

$$\lambda_f(\theta) = \frac{M(u_t, v_t)}{v_t} = M\left(\frac{u_t}{v_t}, 1\right) = M\left(\frac{1}{\theta_t}, 1\right) = \chi\theta^{-\eta}$$

note que $\lambda_w(\theta_t) = \theta_t \lambda_f(\theta_t)$.

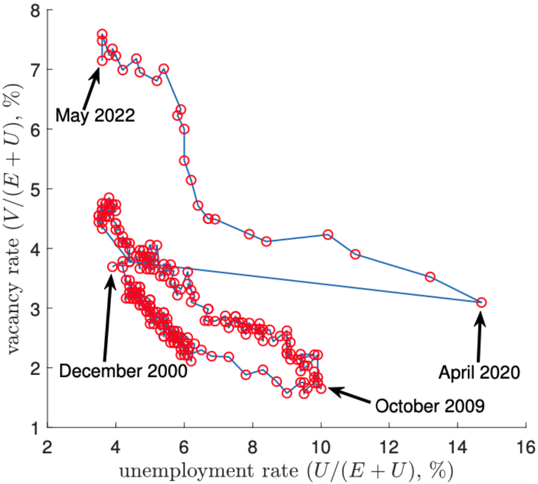
Curva de Beveridge

- A probabilidade de encontrar emprego e preencher vagas depende do número de desempregados/vagas.
- Quanto maior o desemprego, menor é a probabilidade de um trabalhador encontrar um emprego $\Rightarrow$ **Externalidades de congestão**.
- Substituindo a probabilidade de encontrar emprego na taxa de desemprego de estado estacionário:

$$u_{ss} = \frac{\sigma}{\lambda_w(v/u_{ss}) + \sigma} = \frac{\sigma}{\chi\theta_{ss}^{1-\eta} + \sigma}$$

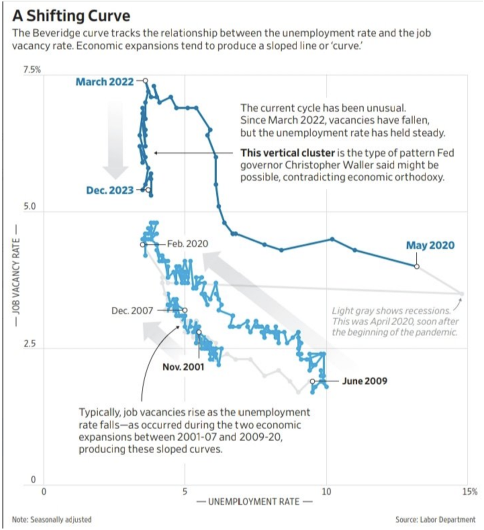
- Há uma **relação negativa entre a taxa de desemprego e a taxa de vagas** $\Rightarrow$ Isso é conhecido como a **curva de Beveridge**.

Curva de Beveridge: EUA



Fonte: CPS e JOLTS (via PhD macrobook).

Curva de Beveridge: EUA



Fonte: The Wall Street Journal

Firmas

- O que determina a tightness no mercado de trabalho?
- Para simplificar, imagine que uma empresa contrata apenas um trabalhador. Ignore o capital.
- A firma pode estar em dois possíveis estados:
  - Com uma vaga de trabalho aberta;
  - Com a vaga de trabalho preenchida, e portanto produzindo;
- Vamos modelar a situação da empresa de maneira recursiva:
  - Uma firma com vaga aberta tem probabilidade $\lambda_f(\theta)$ de encontrar um trabalhador no próximo período.
  - Uma firma produzindo tem probabilidade σ do "match" separar (a taxa de separação) e ficar com uma vaga aberta no período seguinte.

Firmas

- Suponha que uma combinação entre uma firma e um trabalhador produza z_t bens, onde z_t é a produtividade da economia.

- A equação recursiva que representa o valor de uma firma produzindo é

$$J_t = z_t - w_t + \beta \mathbb{E}_t \left[(1 - \sigma) J_{t+1} + \sigma V_{t+1} \right]$$

  onde w_t é o salário pago ao trabalhador, e $z_t - w_t$ é o lucro no período t.

- A equação recursiva que representa o valor de uma firma com vaga aberta é:

$$V_t = -\kappa + \beta \mathbb{E}_t \left[\lambda_f(\theta_t) J_{t+1} + (1 - \lambda_f(\theta_t)) V_{t+1} \right]$$

  onde κ é o custo de anunciar uma vaga, $\lambda_f(\theta_t) = \chi \theta_t^{-\eta}$ e $\beta \in (0, 1)$.

Livre Entrada

- Qualquer firma pode criar uma vaga. Se o valor de abrir uma vaga for positivo, mais firmas entrarão no mercado criando vagas de trabalho.

- Contudo, mais vagas reduzem a probabilidade de que a vaga seja preenchida, reduzindo o valor de manter uma vaga aberta.

- No equilíbrio, as firmas irão abrir vagas até que seu o valor seja reduzido a zero. Chamamos está condição de **condição de livre entrada**:

$$V(z) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\kappa}{\chi\theta_t^{-\eta}} = \beta\mathbb{E}_t[J_{t+1}] \tag{1}$$

  onde o resultado vem da equação do valor das vagas.

Condição de Criação de Emprego

- Usando a condição de entrada livre na equação da firma produzindo:

$$J_t = z_t - w_t + \beta \mathbb{E}_t \left[(1-\sigma) J_{t+1} \right] = z_t - w_t + (1-\sigma) \frac{\kappa}{\chi \theta_t^{-\eta}}$$

- Usando a Equação (1) e substituindo J_{t+1} usando a equação acima:

$$\begin{aligned} \frac{\kappa}{\chi \theta_t^{-\eta}} =& \beta \mathbb{E}_t [J_{t+1}] \\ \frac{\kappa}{\chi \theta_t^{-\eta}} =& \beta \mathbb{E}_t \left[z_{t+1} - w_{t+1} + (1-\sigma) \frac{\kappa}{\chi \theta_{t+1}^{-\eta}} \right] \end{aligned}$$

- Encontramos a curva **criação de emprego** (*job creation curve*). Qual é a intuição desta equação?

Job Creation Curve

$$\frac{\kappa}{\chi\theta_t^{-\eta}} = \beta\mathbb{E}_t\left[z_{t+1} - w_{t+1} + (1-\sigma)\frac{\kappa}{\chi\theta_{t+1}^{-\eta}}\right]$$

- **Intuição**:
  - **Lado esquerdo**: custo marginal de contratar um trabalhador adicional (custo de abrir a vaga ponderado pela probabilidade dela ser preenchida).
  - **Lado direito**: benefício marginal descontado de contratar um trabalhador adicional, o lucro em t $(z' - w(z'))$ mais o valor adicional se match continuar (que é igual ao valor mg. de contratar em $t+1$).
- Se o salário for mais baixo ou a produtividade for alta $\rightarrow$ maior valor para contratar $\rightarrow$ mais vagas $\rightarrow$ maior tightness e mercado de trabalho mais aquecido.
- Para finalizar o modelo precisamos saber como os salários são determinados.

Trabalhadores

- Para simplificar, vamos supor que os trabalhadores não poupam e tem utilidade linear no consumo. Como eles não poupam o consumo será sempre sua renda.
- O trabalhador tem dois estados: desempregado e empregado.Vamos escreve equações recursivas:
  - Quando empregado, ele tem probabilidade σ (tx. de separação) de ficar desempregado no próximo período.
  - Quando desempregado, ele tem probabilidade $\lambda_w(\theta)$ (tx. de encontro de emprego) de ficar empregado no próximo período.
- Um trabalhador empregado tem renda do salário w_t e quando desempregado sua renda é b (interprete como seguro desemprego ou apenas uma renda extra como um bico ou trabalho temporário).

Trabalhadores

- A equação recursiva de um trabalhador empregado é:

$$W_t = w_t + \beta \mathbb{E}_t[(1-\sigma)W_{t+1} + \sigma U_{t+1}] \tag{2}$$

onde W_t é o "valor" de um trabalhador de empregado.

- A equação recursiva de um trabalhador desempregado é:

$$U_t = b + \beta \mathbb{E}_t[\lambda_w(\theta)W_{t+1} + (1-\lambda_w\theta)U_{t+1}]. \tag{3}$$

onde U_t é o "valor" de um trabalhador de desempregado.

Salários e Match

- Note que, pelas fricções de procura, o mercado não é competitivo e portanto o salário não será definido pelo produto marginal.

- Vamos pensar quais são os salários possíves...
  - O trabalhador aceita trabalhar se $w_t > b$
  - A firma aceita produzir se o lucro for positivo $z_t > w_t$.
  - Logo, qualquer salário entre z_t e b é possível.

- Vamos definir o salário utilizando uma barganha. Em particular, iremos dividir o excedente da produção seguindo a **barganha de Nash generalizada**.
  - Sim, é o mesmo Nash (nobel em 1994) do equilíbrio de Nash de teoria dos jogos.

Barganha de Nash

- A Barganha de Nash divide o excedente de forma que o produto ponderado dos excedentes de cada parte seja maximizado. O problema resolve:

$$\max_{w} \left(W(w) - U\right)^{\gamma} \left(J(w) - V\right)^{1-\gamma}$$

  - $W(w) - U$ é o excedente do trabalhador depois de um match.
  - $J(w) - V$ é o excedente da firma depois de um match.
  - γ é o peso do excedente dp trabalhador (ou seja, seu poder de barganha).

- A condição de primeira ordem implica:

$$(1-\gamma)\left(W(w) - U\right) = \gamma\left(J(w) - V\right) \tag{4}$$

Equação de Salários

- Depois de algébra tediosa, utilizando as equações recursivas dos trabalhadores e da firma, da c.p.o. do problema de barganha e da condição de livre entrada. algébra

- É possível demonstrar que a **equação de salário** (*wage equation*) é

$$w_t = b + \gamma(z_t - b) + \gamma\kappa\theta_t$$

- Portanto, o salário depende apenas das flutuações na produtividade, no tightness do mercado de trabalho e nos parâmetros.
  - $\gamma(z_t - b)$ termo que excedente do match que vai para o trabalhador.
  - $\gamma\kappa\theta_t$ termo que captura o efeito da fricção de procura no salário.

Equilíbrio

- A dinâmica e o equilíbrio do modelo é resumido por três equações:

$$\frac{\kappa}{\chi\theta_t^{-\eta}} = \beta\mathbb{E}_t\left[z_{t+1} - w_{t+1} + (1-\sigma)\frac{\kappa}{\chi\theta_{t+1}^{-\eta}}\right] \qquad \text{(Job Creation)}$$

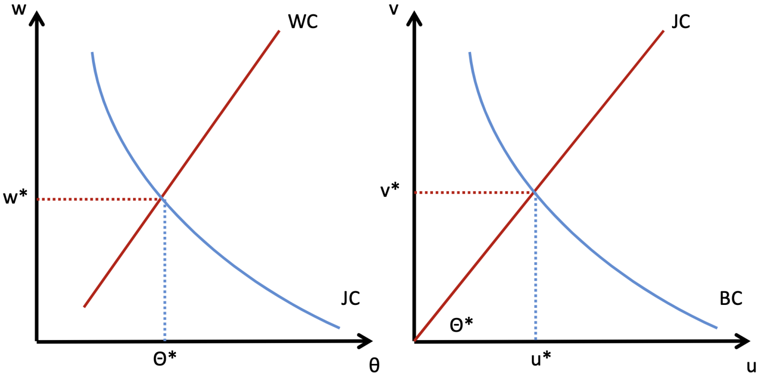
$$w_t = b + \gamma(z_t - b) + \gamma\kappa\theta_t \qquad \text{(Equação de Salário)}$$

$$u_{t+1} = u_t(1 - \chi\theta_{t+1}^{1-\eta}) + \sigma(1 - u_t) \qquad \text{(Movimento do Desemprego)}$$

- Podemos substituir a equação de salários na curva de job creation e resolver para θ no estado estacionário.

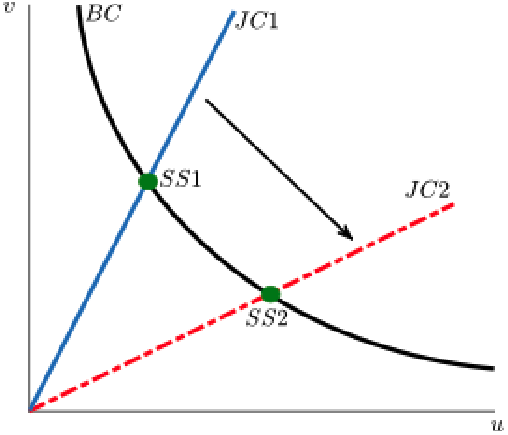
- A curva de Beveridge te dá o desemprego e vagas no estado estacionário.

Equilíbrio no Estado Estacionário



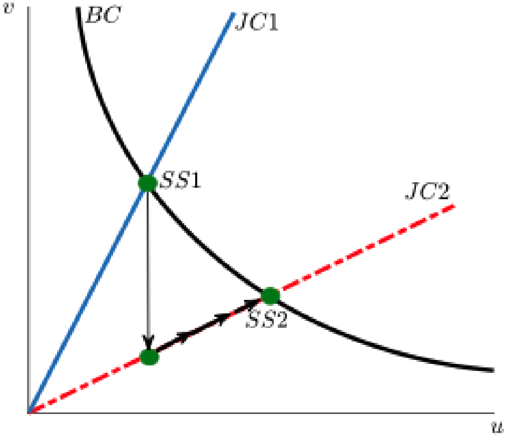
- Curva de salário (WC) depende positivamente de θ.
- Job creation (JC) e curva de Beveridge (BC) determinam a quantidade de vagas e desemprego.

Estado Estacionário: Queda Permanente de z



- JC representa o número de v em função de u.
- Quando z cai, as firmas têm menos incentivos para criar vagas.
- A linha se torna menos inclinada $\rightarrow$ menos vagas significa maior desemprego no longo prazo.

Dinâmica de Transição: Queda Permanente em z



- A transição para o novo estado estacionário **é lenta**.
- Uma queda em z muda a JC imediatamente, mas u responde lentamente.
- v **cai** e u segue a lei de movimento até alcançar o novo estado estacionário.
- Durante a transição, os pontos de equilíbrio NÃO estão na curva de Beveridge.

Avaliação Quantitativa

- Até que ponto o modelo pode explicar os fluxos de trabalhadores entre emprego e desemprego?
  - A taxa de fluxo de U para E é pró-cíclica, o modelo é qualitativamente consistente com isso.
  - A taxa de fluxo de E para U é contra-cíclica, o modelo não pode explicar isso.
- A produtividade segue um AR(1): $\ln(z_{t+1}) = (1-\rho)\ln(z_{ss}) + \rho\ln(z_t) + \sigma_\varepsilon \varepsilon_{t+1}$, onde $\varepsilon \sim N(0,1)$.
- Shimer (2005) escolhe os parâmetros para o EUA:
  - b: é usado para replicar o seguro-desemprego médio.
  - σ: é utilizado para que o modelo replique a duração média do emprego.
  - κ e χ são utilizados para replicar a taxa de encontro de emprego e a média de v/u.
  - η é estimado por Petrongolo e Pissarides (2001).

Calibração: Shimer (2005)

- A maioria dos parâmetros é tirado de Shimer (AER, 2005). O processo de choque vem de Hagedorn e Manovskii (AER, 2008).

Calibrated Parameters	Value
β	0.996
ρ	0.949
σ_ε	0.0065
σ	0.034
χ	0.45
b	0.4
γ	0.72
η	0.72

Avaliação Quantitativa: The Shimer Puzzle

- O modelo gera as correlações corretas, mas a magnitude das flutuações em u, v e θ é muito pequena.
- Isso é conhecido como **puzzle da volatilidade do mercado de trabalho** (ou The Shimer Puzzle (2005)).
- À esquerda está os dados, à direita a tabela são momentos do modelo:

		u	v	v/u	z
Standard Deviation		0.125	0.139	0.259	0.013
Quarterly Autocorrelation		0.870	0.904	0.896	0.765
Correlation Matrix	u	1	−0.919	−0.977	−0.732
	v	—	1	0.982	0.460
	v/u	—	—	1	0.967
	z	—	—	—	1

		u	v	v/u	z
Standard Deviation		0.005	0.016	0.020	0.013
Quarterly Autocorrelation		0.826	0.700	0.764	0.765
Correlation Matrix	u	1	−0.839	−0.904	−0.804
	v	—	1	0.991	0.972
	v/u	—	—	1	0.961
	z	—	—	—	1

Solução 1: Rigidez Salarial

- Uma razão pela qual as elasticidades de u e v para z são pequenas é porque os salários aumentam muito em períodos de expansão, enfraquecendo a resposta do lucro e os incentivos para postar vagas.

- Uma solução para o puzzle é **rigidez salarial**. Em vez de Barganha de Nash, assume-se que o salário é fixo em w_{ss}:

$$\frac{\kappa}{\chi\theta_t^{-\eta}} = \beta\mathbb{E}_t\left[z_{t+1} - w_{ss} + (1-\sigma)\frac{\kappa}{\chi\theta_{t+1}^{-\eta}}\right]$$

		u	v	v/u	z
Standard Deviation		0.115	0.329	0.425	0.013
Quarterly Autocorrelation		0.825	0.693	0.763	0.765
	u	1	−0.791	−0.881	−0.784
Correlation Matrix	v	—	1	0.986	0.969
	v/u	—	—	1	0.961
	z	—	—	—	1

- Outra alternativa, salários parcialmente rígidos (Hall, 2005): $w = \alpha w^{NB} + (1-\alpha)w_{ss}$ (w^{NB} é o salário da Barganha de Nash).

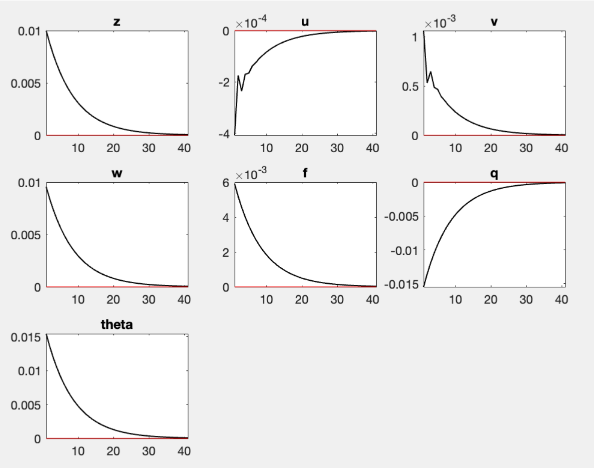
Solução 2: Calibração de Hagedorn-Manovskii

- Hagedorn e Manovskii (2008) propõem recalibrar b e o peso da barganha γ.
  (i) Primeiro, eles adicionam custos de vaga que dependem da produtividade (i.e., κ_t).
  (ii) Segundo, eles escolhem b muito alto para que seja muito próximo de z, e γ muito baixo.

- Ao reduzir o excedente (particularmente dos trabalhadores), um aumento em z tem um enorme impacto nos lucros e, portanto, no incentivo de abrir vagas.

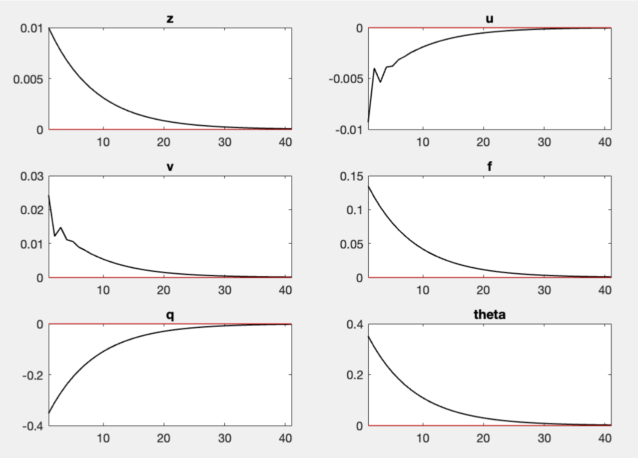
- Mas isso implica que as pessoas são quase indiferentes entre trabalhar e estar desempregado. Isso é realista?

Função Impulso Resposta: Modelo Base



Fonte: `DMP3.mod` (choque de produtividade)

Função Impulso Resposta: Modelo c/ Salários Rígidos



Fonte: `DMP3_fixed_wage.mod` (choque de produtividade)

Apêndice

Equação de Salários: Algébra

- Multiplique a Equação $J(z)$ por γ:

$$\gamma J(z) = \gamma(z - w) + \beta\gamma(1-\sigma)\mathbb{E}\left[J(z')\middle|\, z\right]$$

- Subtraia $W(z)$ de $U(z)$ e multiplique por $(1-\gamma)$

$$\begin{aligned}(1-\gamma)\left(W(z) - U(z)\right) = (1-\gamma)(w - b) + ...\\ ...\beta\mathbb{E}[(1-\sigma)(1-\gamma)(W(z') - U(z')) - \lambda_w(\theta)(1-\gamma)(W(z') - U(z'))|z]\end{aligned}$$

- Combinando as duas equações anteriores com a Equação (4):

$$\begin{aligned}\gamma(z - w) + \beta\gamma(1-\sigma)\mathbb{E}\left[J(z')\middle|\, z\right] = (1-\gamma)(w - b) + ...\\ ...\beta\mathbb{E}[(1-\sigma)(1-\gamma)(W(z') - U(z')) - \lambda_w(\theta)(1-\gamma)(W(z') - U(z'))|z]\end{aligned}$$

Equação de Salários: Algébra

- Re arrumando:

$$w = (1-\gamma)b + \gamma z + ...$$

$$\beta\mathbb{E}\left[(1-\sigma)\underbrace{(\gamma J(z') - (1-\gamma)(W(z') - U(z'))}_{=0 \text{ por Eq. (4)}} + (1-\gamma)\lambda_w(\theta)(W(z') - U(z'))\right]$$

- Assim, a **equação salarial**:

$$w = b + \gamma(z-b) + \beta(1-\gamma)\lambda_w(\theta)\mathbb{E}\left[W(z') - U(z')|z\right] \tag{5}$$

- Depende de:
  - a participação do excedente de produção: $b + \gamma(z-b)$;
  - o custo de oportunidade de procurar emprego, que depende do $\lambda_w(\theta)$ e das condições econômicas futuras.

Equação Salarial

- Substituindo (4) na condição de livre entrada, (1), então:

$$\frac{\kappa}{\lambda_f(\theta)} = \beta\mathbb{E}[J(z')|z] = \frac{\beta(1-\gamma)}{\gamma}\mathbb{E}\left[W(z) - U(z)|z\right]$$

- Assim, podemos escrever a **equação salarial** como:

$$\begin{aligned} w &= b + \gamma(z-b) + \beta(1-\gamma)\lambda_w(\theta)\mathbb{E}\left[W(z') - U(z')|z\right] \\ w &= b + \gamma(z-b) + \gamma\kappa\theta \end{aligned}$$

Volta

Fricções de procura dentro do modelo RBC

Search & Matching no RBC

- Incluir um framework de Search & Matching em um modelo RBC é relativamente direto. Trabalhos iniciais incluem Merz (1995) e Andolfatto (1996).

- Suponha que a família representativa contenha trabalhadores empregados e desempregados. A utilidade da família é usual: $\mathbb{E}t \left[\sum t = 0^{\infty} \beta^t u(c_t)\right]$.

- A restrição orçamentária considera a renda dos membros empregados e desempregados:

$$c_t + k_{t+1} = (1 + r_t - \delta)k_t + (1 - u_t)w_t + u_t b + d_t$$

  onde d_t é o lucro da firma.

- A solução implica a Equação de Euler usual. Em particular, define-se o **fator de desconto estocástico** como:

$$Q_{t+1} = \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right]$$

Search & Matching no RBC: Firmas

- A firma representativa produz de acordo com: $y_t = z_t k_t^{\alpha} e_t^{1-\alpha}$, onde e_t é o número de indivíduos empregados.

- O problema sequencial da firma é:

$$\max_{e_{t+1}, v_t, k_t} \quad \mathbb{E}_t \left[\sum_{t=0}^{\infty} \prod_{s=1}^{t} Q_s \underbrace{\left(z_t k_t^{\alpha} e_t^{1-\alpha} - r_t k_t - w_t e_t - \kappa v_t \right)}_{=d_t} \right]$$

$$\text{s.a.} \quad e_{t+1} = (1-\sigma) e_t + \lambda_f(\theta_t) v_t$$

- Note que k_t é uma decisão estática, portanto a c.p.o:

$$\alpha z_t k_t^{\alpha-1} e_t^{1-\alpha} = r_t \qquad \Rightarrow k_t = \left(\frac{\alpha z_t}{r_t} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} e_t$$

Search & Matching no RBC: Firmas

- Usando a solução para o capital:

$$d_t = z_t k_t^{\alpha} e_t^{1-\alpha} - r_t k_t - w_t e_t - \kappa v_t$$

$$d_t = (1-\alpha)\frac{y_t}{e_t} e_t - w_t e_t - \kappa v_t$$

$$d_t = \underbrace{(1-\alpha) z_t^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{\alpha}{r_t}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}_{=mpn(z_t, r_t)} e_t - w_t e_t - \kappa v_t$$

- Assim, o problema é quase o mesmo que tínhamos antes:

$$\max_{e_{t+1}, v_t} \quad \mathbb{E}_t \left[\sum_{t=0}^{\infty} \prod_{s=1}^{t} Q_s (mpn(z_t, r_t) e_t - w_t e_t - \kappa v_t) \right]$$

$$\text{s.a.} \quad e_{t+1} = (1-\sigma) e_t + \lambda_f(\theta_t) v_t$$

Search & Matching no RBC: Job Creation

- As condições de primeira ordem implicam na equação de job creation que depende do fator de desconto estocástico e da taxa de juros:

$$\frac{\kappa}{\lambda_f(\theta_t)} = \mathbb{E}t\left[Qt+1\left(mpn(z_{t+1}, r_{t+1}) - w_{t+1} + (1-\sigma)\frac{\kappa}{\lambda_f(\theta_{t+1})}\right)\right]$$

- Uma vez que a lei de movimento do desemprego é a mesma, resta mostrar a determinação dos salários para derivar o restante do modelo.

- Mostraremos que o valor marginal do emprego no modelo com capital tem uma conexão com as equações dos trabalhadores vistas anteriormente.

Search & Matching no RBC: Valor do Emprego

- Podemos derivar o valor marginal do emprego no problema sequencial da família representativa:

$$\mathcal{L} = \mathbb{E}_t[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(e_t w_t + (1 - e_t)b + d_t + (1 + r_t - \delta)k_t - k_{t+1}) + ...$$

$$...\mu_t^e \left(e_t(1 - \sigma) + (1 - e_{t-1})\lambda_w(\theta_{t-1}) - e_t\right)]$$

onde μ_t^e é o multiplicador da lei de movimento do emprego.

- A condição de primeira ordem em relação a e_t:

$$\mu_t^e = (w_t - b)\beta^t u'(c_t) + \mathbb{E}_t[\mu_{t+1}^e \left(1 - \sigma - \lambda_w(\theta_t)\right)]$$

Search & Matching no RBC: Valor do Emprego

- Redefina o multiplicador: $\mu_t^e = \hat{\mu}_t^e \beta^t u'(c_t)$. Então, a equação anterior:

$$\hat{\mu}_t^e = w_t - b + \mathbb{E}_t \left[\underbrace{\frac{\beta u'(c_t)}{u'(c_{t+1})}}_{Q_{t+1}} [\hat{\mu}_{t+1}^e \left(1 - \sigma - \lambda_w(\theta_t)\right)] \right]$$

Search & Matching no RBC: Valor do Emprego

- Redefina o multiplicador: $\mu_t^e = \hat{\mu}_t^e \beta^t u'(c_t)$. Então, a equação anterior:

$$\hat{\mu}_t^e = w_t - b + \mathbb{E}_t \left[\underbrace{\frac{\beta u'(c_t)}{u'(c_{t+1})}}_{Q_{t+1}} \left[\hat{\mu}_{t+1}^e \left(1 - \sigma - \lambda_w(\theta_t)\right) \right] \right]$$

- Te lembra algo? Relembre $W_t - U_t$ no caso sem capital:

$$W_t - U_t = w_t - b + \beta \mathbb{E}_t \left[\left(W_{t+1} - U_{t+1}\right) \left(1 - \sigma - \lambda_w(\theta_t)\right) \right]$$

- O valor marginal do emprego $\hat{\mu}_t^e \equiv W_t - U_t$ se ponderarmos o fato de que a utilidade é côncava e há poupança.

Search & Matching no RBC: Eq. de Salário

- Usando o valor marginal do emprego e o valor marginal de um emprego preenchido (este também é um multiplicador no problema da firma) na **Barganha de Nash**, encontramos a equação de salários:

$$w_t = b + \gamma(mpn(z_t, r_t) - b) + \gamma\kappa\theta_t$$

  que é exatamente a mesma do que antes - exceto que o produto marginal do trabalho depende de r também.

- Junto com a **Condição de Job Creation** e a **lei de movimento do emprego**, temos o bloco de Search & Matching do modelo:

$$\frac{\kappa}{\lambda_f(\theta_t)} = \mathbb{E}_t\left[Q_{t+1}\left(mpn(z_{t+1}, r_{t+1}) - w_{t+1} + (1-\sigma)\frac{\kappa}{\lambda_f(\theta_{t+1})}\right)\right]$$

Search & Matching no RBC: Equilíbrio

- O restante do modelo são as equações usuais do modelo RBC:

$$
\begin{aligned}
&u'(c_t) = \beta \mathbb{E}_t[(1 + r_{t+1} - \delta)u'(c_{t+1})]) \\
&z_t k_t^{\alpha} e_t^{1-\alpha} = c_t + k_{t+1} - (1-\delta)k_t + \kappa v_t \\
&r_t = \alpha z_t (e_t/k_t)^{1-\alpha} \\
&\ln(z_{t+1}) = (1-\rho)\ln(z_{ss}) + \rho \ln(z_t) + \sigma_{\varepsilon}\varepsilon_{t+1}
\end{aligned}
$$

- Note que devemos considerar o custo de vaga na restrição de recursos.

Avaliação Quantitativa

		u	v	v/u	z
Standard Deviation		0.005	0.017	0.022	0.015
Quarterly Autocorrelation		0.819	0.688	0.755	0.763
	u	1	−0.831	−0.899	0.089
Correlation Matrix	v	—	1	0.991	−0.071
	v/u	—	—	1	−0.078
	z	—	—	—	1

	Y	C	I	L	Y/L
Standard Deviation	0.014	0.003	0.059	0.0004	0.014
Correlation with Y	1	0.875	0.991	0.902	0.99992

- Assim como no modelo base, a volatilidade do desemprego é muito baixa. A rigidez salarial corrige isso.