

Macroeconomia Microfundamentada

Modelo Novo-Keynesiano

Tomás R. Martinez

INSPER

Referências

- Introdução: Kurlat cap 14 (em particular, 14.7).
- Modelo DSGE: Celso José Costa Junior: Cap. 4.
- Modelo DSGE: Mario Solís-Garia: Lec. 12 e 13.

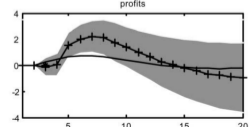
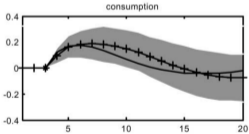
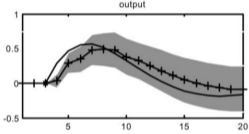
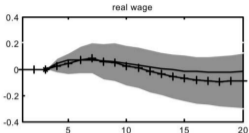
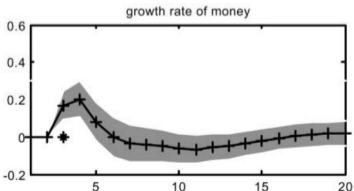
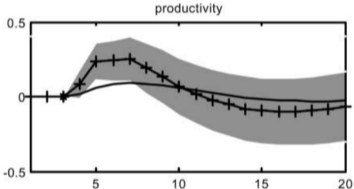
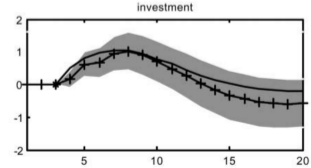
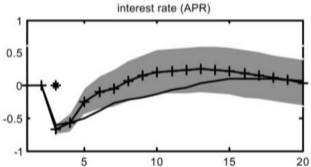
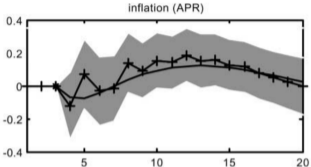
Introdução

- O modelo de ciclos reais explica as flutuações pelo **lado real da economia**: não há rigidez de preços, nem espaço para política monetária.
- Além disso:
 - ▶ O modelo tem pouca propagação interna: a persistência do modelo é gerada pelo choque tecnológico.
 - ▶ Não está de acordo com os dados de flutuações no mercado de trabalho.
- Por outro lado, a evidência empírica mostra que:
 - ▶ Choques monetários tem efeitos reais (Cristiano, Eichenbaum and Evans, 1999, 2005).
 - ▶ Horas trabalhadas diminuem com um choque tecnológico positivo - consistente com rigidez de preços (Galí, 1999).
- Isso levou a introdução ao modelo Novo-Keynesiano.

Evidência I: Christiano, Eichenbaum and Evans (2005)

- Usando um VAR, CEE mostram que após um choque monetário:
 - (i) Produção, consumo e investimento respondem positivamente em forma *hump-shaped*;
 - (ii) Inflação responde em forma *hump-shaped*, com um pico após cerca de dois anos;
 - (iii) A taxa de juros cai por cerca de um ano;
 - (iv) Lucros reais, os salários reais e a produtividade do trabalho aumentam;
 - (v) A taxa de crescimento do dinheiro aumenta imediatamente.
- Restrições do VAR:
 - ▶ PIB real, consumo real, consumo real, deflator do PIB, investimento real, salário real e produtividade do trabalho não respondem imediatamente a um choque monetário.

Evidência I: Christiano, Eichenbaum and Evans (2005)



Evidência II: Galí (1999)

- **Evidência Empírica:** Co-movimento entre PIB e horas trabalhadas.
 - ▶ RBC: gera o comovimento via choque tecnológico \Rightarrow choque tecnológico positivo aumenta horas trabalhada.
- **Galí (1999)**, usando um VAR estrutural em países do G7:
 - (i) Horas trabalhadas respondem negativamente a um choque tecnológico positivo.
 - (ii) Correlações condicionais de horas são positivas para choques não tecnológicos.
- Consistente com um modelo simples com **rigidez de preços**.
- Restrições de identificação do VAR:
 - ▶ Choques tecnológicos podem ter efeitos permanentes na produtividade de trabalho da economia.
 - ▶ Outros choques (inclusive de demanda) tem apenas efeitos temporários na produtividade do trabalho via oferta de trabalho.

Evidência II: Galí (1999)

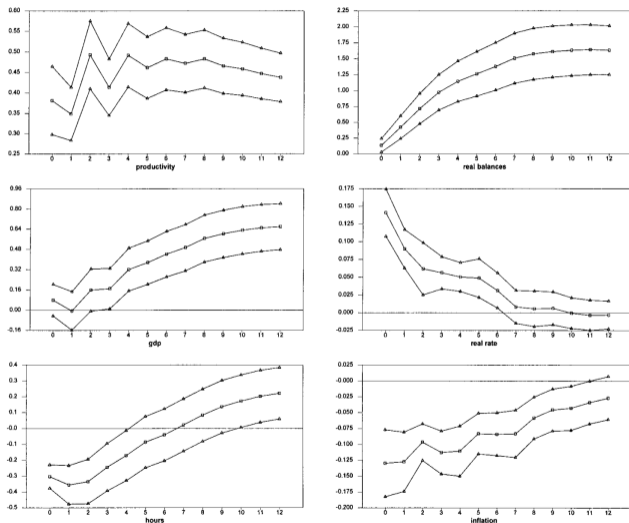


FIGURE 4. ESTIMATED IMPULSE RESPONSES FROM A FIVE-VARIABLE MODEL: U.S. DATA, FIRST-DIFFERENCED HOURS (POINT ESTIMATES AND ± 2 STANDARD ERROR CONFIDENCE INTERVALS)

O Modelo de Três Equações

- Historicamente o modelo novo-keynesiano é apresentado na sua versão mais básica como o modelo de três equações.
- Por exemplo, no livro do Carlin & Soskice:

Curva IS Dinâmica $y_t = A - ar_{t-1}$

Curva de Phillips $\pi_t = \mathbb{E}_t \pi_{t+1} + \alpha(y_t - y^e)$

Regra monetária ...

- Esse modelo é bem parecido com a versão do novo-Keynesiano microfundamentada (por exemplo, do livro do Jordi Galí).

Curva IS Dinâmica $\tilde{y}_t = \mathbb{E}_t \tilde{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma}(i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1} - r_t^n)$

Curva de Phillips Novo-Keynesiana $\pi_t = \beta \mathbb{E}_t \pi_{t+1} + \kappa \tilde{y}_t$

Regra de Taylor $i_t = \rho + \phi_\pi \pi_t + \phi_y \hat{y}_t^n + v_t$

Modelo Novo-Keynesiano de Três Equações

- O modelo novo-Keynesiano de três equações também é conhecido como modelo de pequeno porte.
- Vários bancos centrais do mundo tem versões estimadas dele (juntamente com seus modelos de médio/grande porte).
- Alguns são chamados de semi-estruturais porque não são necessariamente derivados de microfundaamentos explícitos.
- Vamos mostrar uma pequena introdução da microfundamentação dos “modelos estruturais” que formam a base dos modelos maiores.
- A microfundamentação é complexa, então vamos pular muitos passos. O modelo final será log-linearizado.

Modelo Novo-Keynesiano Canônico

- O lado da demanda (famílias, governo) é muito parecido com o modelo de ciclos reais. Agora vamos deixar explícito a diferença entre real e nominal.
- Para simplificar, **não incluiremos capital na produção**, a firma utilizará apenas trabalho na sua produção.
- Vamos incluir um governo que é financiado via taxa lump-sum.
- O lado da oferta/produção será a maior modificação: iremos incluir **concorrência monopolística** e **rigidez de preço**.
- Produção será determinada pela demanda.

Modelo Novo-Keynesiano: Famílias

- A família representativa vive infinitos períodos e valoriza consumo, c_t , e lazer, $l_t = 1 - n_t$. O problema é semelhante ao do modelo RBC:

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t, a_{t+1}, l_t\}_{t=0}^{\infty}} \quad & \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{(1-l_t)^{1+\epsilon}}{1+\epsilon} \right) \\ \text{s.à} \quad & p_t c_t + a_{t+1} = (1 + i_t) a_t + w_t(1-l_t) + d_t - \tau_t \quad p/ \quad t = 0, 1, \dots, \infty \\ & a_0 > 0 \end{aligned}$$

- A diferença principal é que estamos considerando a **taxa de juros nominal** i_t , e não a real.
- Além disso, estamos considerando o **preço do bem final** p_t explicitamente.
 - ▶ Lembre-se que a tx. de inflação, π_t , é definida: $1 + \pi_t = p_{t+1}/p_t$;
 - ▶ E a taxa de juros real (i.e. equação de Fisher): $r_t \approx i_t - \pi_t$.

Problema da Família

- O Lagrangeano tem um multiplicador λ_t para cada restrição orçamentária:

$$\mathcal{L} = \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{(1-l_t)^{1+\epsilon}}{1+\epsilon} \right) + \lambda_t (w_t(1-l_t) + (1+i_t)a_t - a_{t+1} - p_t c_t)$$

- As condições de primeira ordem para um período arbitrário t :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} = \beta^t c_t^{-\sigma} - p_t \lambda_t = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a_{t+1}} = -\lambda_t + \lambda_{t+1}(1+i_{t+1}) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l_t} = \beta^t (1-l_t)^\epsilon - \lambda_t w_t = 0 \quad (3)$$

Problema da Família

- Combinando (1) e (2) encontramos a equação de Euler.

$$c_t^{-\sigma} = \beta \mathbb{E}_t \left[\underbrace{\frac{p_t}{p_{t+1}} (1 + i_{t+1})}_{=1+r_t} c_{t+1}^{-\sigma} \right],$$

note que a equação de Euler agora separa a taxa de inflação e a taxa de juros nominal. Aplicando a eq. de Fisher conseguimos encontrar a taxa de juros real e a eq. de Euler de sempre.

- Combinando (2), (3) e usando $1 - l_t = n_t$, encontramos a equação de oferta de trabalho:

$$\frac{n_t^\epsilon}{c_t^{-\sigma}} = \frac{w_t}{p_t}$$

- A oferta de trabalho agora considera o salário **real**: w_t/p_t .

- Nos modelos anteriores as firms eram **tomadoras de preço** (competição perfeita).
- Para incluir rigidez de preços as firms precisam escolher os preços \Rightarrow vamos assumir competição monopolística (i.e., poder de mercado).
- Vamos separar o problema das firms em dois:
 1. A firma produtora do bem final: essa firma “empacota” os bens intermediários e vende o bem final para os consumidores (e governo se houver) a um preço p_t .
 2. As firms produtora dos bens intermediários: essas firms contratam trabalhadores e vendem os bens intermediários para a empacotadora. A rigidez de preço irá afetar essas firms.

Firma Produtora do Bem Final

- Existem N firmas produtoras de bens intermediários (imagine que N é um número grande) que produzem um bem $y_{i,t}$. Cada firma é indexada por $i = 1, 2, \dots, N$.
- A firma empacotadora utiliza os intermediários para produzir o bem final de acordo com a função de produção CES (constant elasticity of substitution):

$$y_t = \left(y_{1,t}^{\frac{\psi-1}{\psi}} + y_{2,t}^{\frac{\psi-1}{\psi}} + \dots + y_{N,t}^{\frac{\psi-1}{\psi}} \right)^{\frac{\psi}{\psi-1}} = \left(\sum_{i=1}^N y_{i,t}^{\frac{\psi-1}{\psi}} \right)^{\frac{\psi}{\psi-1}},$$

onde $\phi > 1$ é a elasticidade de substituição entre os bens intermediários.

- Como os bens são substitutos imperfeitos, as firmas intermediárias vão ter poder de mercado e por isso escolher o seu preço.

Firma Produtora do Bem Final

- O problema da firma do bem final não é muito interessante. A solução implica em uma função de demanda para cada bem intermediário em função do seu preço $p_{i,t}$:

$$y_{i,t} = \left(\frac{p_{i,t}}{p_t} \right)^{-\psi} y_t.$$

- E implica no índice de preço da economia:

$$p_t = \left(\sum_{i=1}^N p_{i,t}^{1-\psi} \right)^{\frac{1}{1-\psi}}.$$

- Note que o índice de preços teórico da economia é uma média harmônica de todos os preços dos produtores intermediários. Derivação matemática

Produtores dos Bens Intermediários

- É no produtor intermediário que toda a “ação” acontece. Por enquanto vamos ignorar a rigidez de preços.
- A firma i produz de acordo com a função de produção: $y_{i,t} = a_t n_{i,t}$, onde $n_{i,t}$ é quantidade de trabalho e a_t a produtividade dos fatores.
- Os produtores intermediários são monopolísticos: escolhem o preço para maximizar seu lucro tomando a demanda pelo seu bem como dada. O problema do produtor i :

$$d_{i,t} = \max_{y_{i,t}, p_{i,t}, n_{i,t}} \{p_{i,t} y_{i,t} - w_t n_{i,t}\}$$
$$\text{s.t. } y_{i,t} = \left(\frac{p_{i,t}}{p_t}\right)^{-\psi} y_t \quad \text{e} \quad y_{i,t} = a_t n_{i,t}.$$

Produtor Intermediário: Preços Flexíveis

- Substituindo a função de demanda e de produção, o problema da firma:

$$d_{i,t} = \max_{p_{i,t}} \left\{ (p_{i,t}^{1-\psi} - \frac{w_t}{a_t} p_{i,t}^{-\psi}) y_t p_{i,t}^\psi \right\}$$

- Quando os preços são flexíveis, o preço ótimo do produtor intermediário é:

$$(1 - \psi)p_{i,t}^{-\psi} + \psi p_{i,t}^{-\psi-1} \frac{w_t}{a_t} = 0$$

$$p_{i,t} = \underbrace{\frac{\psi}{\psi - 1}}_{\text{markup}} \times \underbrace{\frac{w_t}{a_t}}_{\text{custo marginal}}$$

- Em mercados monopolísticos, o preço ótimo é = markup \times custo marginal.
- Quando $\psi \rightarrow \infty \Rightarrow$ o preço converge para mercados competitivos ($p =$ custo mg.)!

Rigidez de preços

- Já temos o nosso benchmark de preços flexível, como introduzir rigidez nominal?
- Existem algumas abordagens. Vamos usar a mais comum delas: **a rigidez de preço a la Calvo (1982)**:
 - ▶ Cada período uma fração constante de firmas $1 - \theta$ é selecionada aleatoriamente e pode ajustar os seus preços.
 - ▶ Com probabilidade θ , a firma não pode ajustar o preço e tem que manter o mesmo preço do período anterior: $p_{i,t} = p_{i,t-1}$.
- Com rigidez nominal a decisão de preço da firma passa a ser dinâmica.
- A firma escolhe o preço em t considerando que c/ probabilidade θ não vai conseguir mudar o preço.

Problema da Firma com Rigidez de Preços

- A firma escolhe o preço para maximizar fluxo de lucro futuro esperado descontado:

$$\max_{p_{i,t}^*} \mathbb{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \underbrace{(p_{i,t}^* y_{i,t+k} - w_{t+k} n_{t+k})}_{\text{lucro da firma em } t+k \text{ quando o preço é decidido em } t}$$

onde $p_{i,t}^*$ é o preço “rígido”. A firma é sujeito à demanda e a função de produção:

$$y_{i,t} = \left(\frac{p_{i,t}^*}{p_t} \right)^{-\psi} y_t \quad \text{e} \quad y_{i,t} = a_t n_{i,t}.$$

- Note que fizemos algumas simplificações no problema. Caso queira ver o problema completo, veja as notas do Solís-Garcia.

Problema da Firma com Rigidez de Preços

- Substituindo a demanda e a função de produção no problema, e seguindo os mesmos passos do problema com preços flexíveis, encontramos o preço ótimo c/ rigidez de preços:

$$p_{i,t}^* = \underbrace{\frac{\psi}{\psi - 1}}_{\text{markup}} \times \underbrace{\frac{\mathbb{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta)^k y_{i,t+k} \frac{w_{t+k}}{a_{t+k}}}{\mathbb{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta)^k y_{i,t+k}}}_{\text{custo mg. futuro descontado}}$$

- O custo marginal agora é ponderado pela **probabilidade de mudança de preço, desconto e demanda futura**.
- Note que agora **o futuro importa para a decisão de preços**. O preço escolhido será alto se:
 - ▶ Se a rigidez de preço for alta (i.e., θ é próximo de 1).
 - ▶ As firmas esperarem que o custo marginal do futuro seja alto: porque o mercado de trabalho está aquecido (w_{t+k} alto), ou produtividade baixa.

Taxa de Inflação

- Utilizando o índice de preço e o fato que todos os períodos uma fração θ de firmas não mudam o preço:

$$p_t = \left[\sum_{i=1}^N p_{i,t}^{1-\psi} \right]^{\frac{1}{1-\psi}},$$

$$p_t = \left[\theta p_{t-1}^{1-\psi} + (1-\theta)(p_t^*)^{1-\psi} \right]^{\frac{1}{1-\psi}}$$

- Dividindo por p_{t-1} podemos calcular a inflação:

$$1 + \pi_t = \frac{p_t}{p_{t-1}} = \left[\theta + (1-\theta) \left(\frac{p_t^*}{p_{t-1}} \right)^{1-\psi} \right]^{\frac{1}{1-\psi}}$$

- **Inflação:** Resultado da dinâmica de ajuste de preços das firmas!

Equilíbrio e Variáveis Agregadas

- Com múltiplas firmas, as variáveis agregadas é só a soma das variáveis individuais. A demanda por trabalho total e a produção agregada:

$$n_t = \sum_{i=1}^N n_{i,t},$$

$$y_t \approx a_t n_t,$$

$$\ln a_t = \rho_a \ln a_{t-1} + \varepsilon_t^a$$

- E o equilíbrio no mercado de bens finais e no mercado de capitais:

$$y_t = c_t \quad (\text{ou } y_t = c_t + i_t + g_t \quad \text{para um modelo com governo e capital}),$$

$$a_t = 0 \quad (\text{ou } a_t = k_t \quad \text{para um modelo com capital})$$

Estrutura do Modelo

- Com múltiplas firmas, as variáveis agregadas é só a soma das variáveis individuais. A demanda por trabalho total e a produção agregada:

$$c_t^{-\sigma} = \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{p_t}{p_{t+1}} (1 + i_{t+1}) c_{t+1}^{-\sigma} \right]$$

$$\frac{n_t^\epsilon}{c_t^{-\sigma}} = \frac{w_t}{p_t}$$

$$y_t = a_t n_t = c_t + g_t$$

$$\frac{p_t}{p_{t-1}} = \left[\theta + (1 - \theta) \left(\frac{p_t^*}{p_{t-1}} \right)^{1-\psi} \right]^{\frac{1}{1-\psi}}$$

$$p_{i,t}^* = \frac{\psi}{\psi - 1} \frac{\mathbb{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta)^k y_{i,t+k} \frac{w_{t+k}}{a_{t+k}}}{\mathbb{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta)^k y_{i,t+k}}$$

$$\ln a_t = \rho \ln a_{t-1} + \varepsilon_t^a$$

Dinâmica da Inflação: Intuição

- Suponha que o modelo está no estado estacionário (i.e., $p_t^* = p_{t-1}$) quando recebe um choque demanda **no futuro** (i.e., $\uparrow g_t$) $\Rightarrow \uparrow y_t$.
- Uma fração $1 - \theta$ das firmas vai reagir subindo o preço p_t^* hoje: $\uparrow \pi_t$.
 - ▶ A fração θ que não ajustou o preço, vai estar com preços muito baixos e por isso vai subir a produção (lembre-se de $y_{i,t} = \left(\frac{p_{i,t}^*}{p_t}\right)^{-\psi} y_t$).
 - ▶ Esse aumento da produção vai aquecer o mercado de trabalho, $\uparrow\uparrow w_t$, incentivando a subida de preços e a inflação.
- Pela equação de Euler, um aumento da inflação incentiva o consumo hoje e a demanda agregada sobe hoje.
- Como parar o espiral inflacionário? Política monetária: i_t .

Regra de Política Monetária

- Para fechar o modelo precisamos determinar i_t com uma regra de política monetária.
- A regra de política monetária será do estilo “**Regra de Taylor**”

$$i_t = \rho + \phi_\pi(\pi_t - \bar{\pi}) + \phi_y \tilde{y}_t + v_t$$

onde $v_t = \rho_v v_{t-1} + \varepsilon_t^v$ é um choque monetário.

- Choque monetário exógeno: uma realização positiva de ε_t^v representa uma contração monetária, ou seja, um aumento dos juros dado a inflação e o produto.
- Os parâmetros ϕ_y e ϕ_π governam a reação do Banco Central a **desvios da meta da inflação** e do **hiato do produto** em log: $\tilde{y}_t \equiv \ln(y_t) - \ln(y_t^n)$.

Hiato do Produto

- O **hiato do produto** é a diferença do produto e do produto potencial (ou nível natural do produto), y_t^n .
- No modelo NK, o nível natural do produto é o resultado do modelo com preços flexíveis:

$$n_t^\epsilon c_t^\sigma = w_t / p_t$$

$$c_t + g_t = y_t = a_t n_t$$

$$p_t = \frac{\psi}{\psi - 1} \frac{w_t}{a_t}$$

- Neste caso, as variações nominais não afetam as variáveis reais e a produção é determinada apenas pelo lado da oferta (como o modelo de ciclos reais). [Veja aqui](#)
- De maneira similar, podemos derivar a taxa de juros natural: r_t^n , que é a taxa de juros consistente com o produto potencial.

Modelo Quantitativo Loglinearizado

O Modelo NK Canônico

- O modelo NK canônico é representado pelas três equações log-linearizadas:
 - (i) IS Dinâmica (DIS) \Rightarrow Determina o **hiato do produto** em função de fatores reais e inflação esperada.
 - (ii) Curva de Phillips Novo-Keynesiana (NKPC) \Rightarrow Determina a inflação em termos de inflação esperada e hiato do produto.
 - (iii) Regra de política monetária.
- Log-linearizar é uma tarefa tediosa e por isso não mostrarei as derivações. Caso você queira referências sobre a matemática por detrás olhe as notas do Solís-Garcia, ou fale comigo.
 - ▶ Caso queira saber como interpretar melhor as equações, veja o artigo clássico: “The science of monetary policy: a new keynesian perspective (Clarida, Galí and Woodford, 1999)”.

- Para encontrar a IS Dinâmica você precisa log-linearizar a equação de Euler e utilizar a equação de equilíbrio do mercado de bens. A IS Dinâmica (DIS):

$$\tilde{y}_t = \mathbb{E}_t \tilde{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma} \underbrace{(i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1} - r_t^n)}_{r_t}$$

- O hiato do produto, \tilde{y}_t , é uma função dos desvios da taxa de juros real, r_t , da taxa de juros natural, r_t^n .
 - ▶ Choques do lado **real** da economia como, por exemplo, choque de produtividade, a_t , ou gastos do governo, g_t , irão afetar a taxa de juros natural e afetar o hiato do produto.
Tx. juros natural
 - ▶ Choques do lado **nominal** da economia como, por exemplo, choques monetários, irão afetar a taxa de juros nominal ou a inflação esperada.

- A curva de Phillips novo-Keynesiana (*New-Keynesian Phillips Curve* - NKPC) é

$$\pi_t = \beta \mathbb{E}_t \pi_{t+1} + \kappa \tilde{y}_t$$

onde $\kappa \equiv \frac{(1-\theta)(1-\theta\beta)}{\theta}(\epsilon + \sigma) > 0$.

- ▶ A inflação depende do hiato do produto: se $\tilde{y}_t > 0$, o custo marginal está alto (i.e., o salário real está alto).
 - ▶ Firms vão aumentar os preços para re-alinhar com os custos gerando inflação.
 - ▶ Inflação é correlacionada positivamente com o produto futuro. Se o produto futuro for alto, firmas vão antecipar e aumentar os preços hoje.
- Para encontrar a NKPC é necessário linearizar a função de produção, a equação de inflação e equação de preços.

O Modelo de Três Equações

- Equações que determinam a o equilíbrio do modelo:

$$\text{(DIS)} \quad \tilde{y}_t = \mathbb{E}_t \tilde{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1} - r_t^n)$$

$$\text{(NKPC)} \quad \pi_t = \beta \mathbb{E}_t \pi_{t+1} + \kappa \tilde{y}_t$$

$$\text{(Regra de Política Mon.)} \quad i_t = \rho + \phi_\pi \pi_t + \phi_y \tilde{y}_t^n + v_t$$

- As duas primeiras equações são o bloco independente da política monetária do modelo.
- Os parâmetros de resposta do Banco Central irão determinar a dinâmica inflacionário e do produto do modelo.

Parametrização do Modelo

- O modelo será calibrado com dados trimestrais.
- Muitos parâmetros são escolhidos como no modelo RBC:
 - ▶ $\beta = 0.99$ (tx. de juros $\approx 4\%$ ao ano).
 - ▶ Parâmetro da substituição intertemporal/aversão ao risco: $\sigma = 1$ (utilidade log).
 - ▶ Parâmetro da elasticidade da oferta de trabalho: $\epsilon = 1$.
 - ▶ Choque monetário é moderadamente persistente: $\rho_\nu = 0.5$.
 - ▶ Choque na produtividade é persistente: $\rho_a = 0.9$.
 - ▶ Elasticidade de substituição entre intermediários $\psi = 6$ (estimações micro).
 - ▶ No modelo apresentado a função de produção é $y = an$, mas é bastante usual utilizar a função de produção como $y = an^\alpha \Rightarrow \alpha = 1/3$ (neste caso as equações do modelo mudam um pouco).

Parametrização: Regra de Taylor

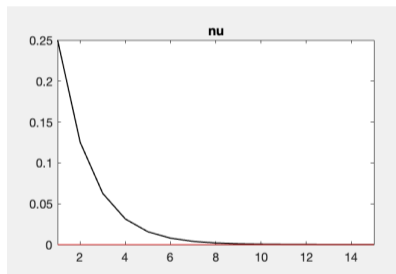
- Os parâmetros da regra de Taylor são MUITO importantes para a transmissão do modelo.
- A evidência para os Estados Unidos no período de Greenspan (i.e., Taylor (1999)):
 - ▶ $\phi_\pi = 1.5$ e $\phi_y = 0.5/4$.
- Para entender a estimação desses parâmetros veja, por exemplo Clarída, Galí, Gertler (2000, QJE) e Carvalho, Nechio, Tristão (2021, JME).
- Note $\phi_\pi > 1$ que implica que a tx. de juros nominal responde mais que proporcionalmente a inflação.
 - ▶ Teoricamente, é possível mostrar que o modelo não é determinado quando a resposta do BC contra a inflação é baixa.
 - ▶ Imagine que se o BC for “frouxo” contra a inflação, as famílias vão ter incentivos para antecipar consumo (eq. de Euler), e irá amplificar ainda mais a inflação.

Parametrização: Rigidez de Preço

- A rigidez de preço é: $\theta = 2/3$. Alternativamente, podemos assumir algo como $\theta = 3/4$.
- Note que a duração média dos preços é $= \frac{1}{1-\theta}$, ou seja, na média, um preço dura $3 \sim 4$ trimestres.
- A referência empírica sobre mudança de preços é Bils and Klenow (2004, JPE).
- Uma grande área de pesquisa é que a curva de Phillips está ficando mais horizontal.
- No modelo Novo-keynesiano isso está relacionado ao κ , que está diretamente relacionado ao θ .

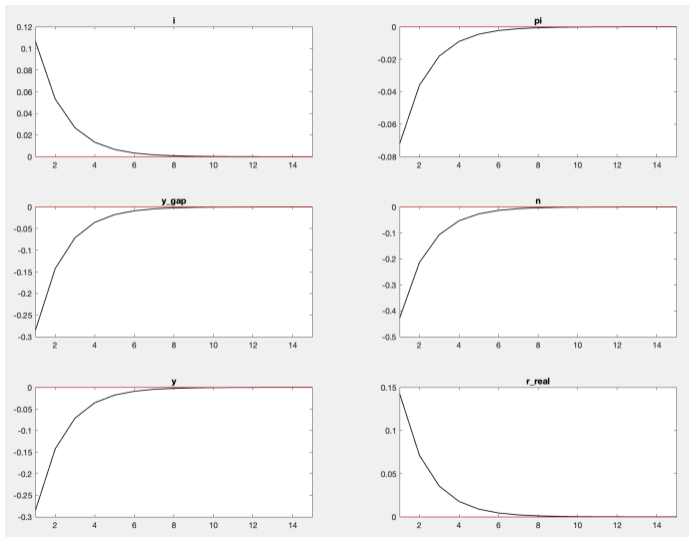
Transmissão da Política Monetária: Impulso-Resposta

- Vamos dar um choque de política monetária na taxa de juros nominal de 25 pontos base: $\varepsilon^v = 0.25$ e analisar a função impulso resposta.
 - ▶ Lembre-se que o choque tem persistência moderada $v_t = \rho_v v_{t-1} + \varepsilon_t^v$.



- O choque monetário NÃO afeta as variáveis “naturais”: r_t^n e y_t^n .
- Vamos usar o modelo com função de produção $y = an^\alpha$ do código NKmode12.mod.

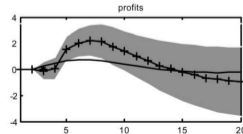
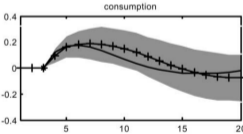
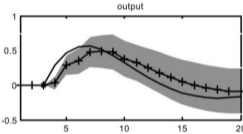
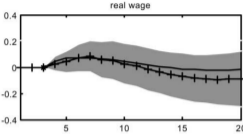
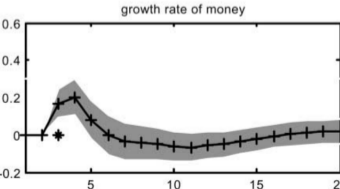
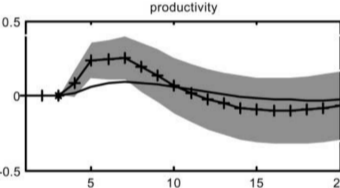
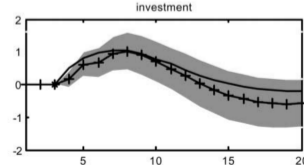
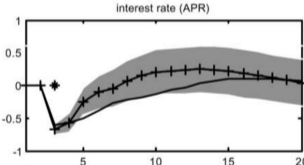
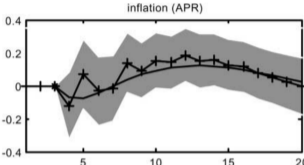
Transmissão da Política Monetária: Impulso-Resposta



Transmissão da Política Monetária: Impulso-Resposta

- Note que v_t positivo deve ser interpretado como um choque contracionista.
- A taxa de juros real vai subir:
 - ▶ Desincentivando o consumo e diminuindo a demanda por bens finais (e a produção);
 - ▶ A queda na produção diminui o trabalho.
- A dinâmica da taxa de juros nominal vai depender dos parâmetros da regra de Taylor e da persistência do choque monetário.
- O modelo replica “qualitativamente” a evidência empírica.
 - ▶ Resultados quantitativos vão depender de extensões que não foram incluídas no modelo básico.

Christiano, Eichenbaum and Evans (2005)

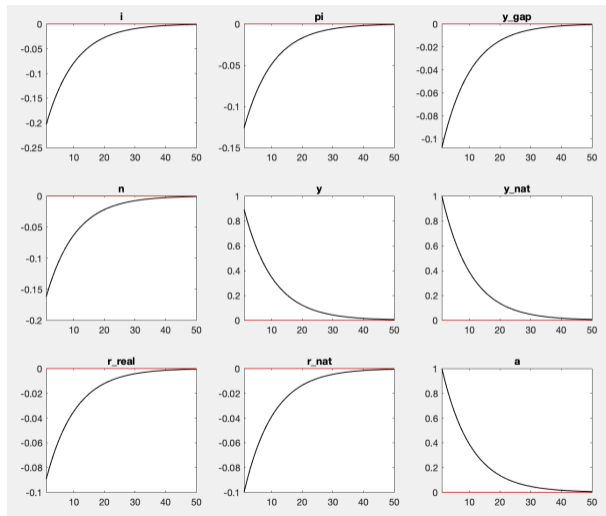


Transmissão do Choque Tecnológico

- Vamos dar um choque de produtividade: $\varepsilon^a = 1$ e analisar a função impulso resposta. O choque é bem persistente.
- Lembre-se que o choque afeta as variáveis naturais:
 - ▶ A economia se torna mais eficiente, o que aumenta o produto potencial da economia y_t^n .
 - ▶ Por outro lado, a taxa de juros natural cai.
- O aumento do PIB vai ser dado pelo lado natural + a diferença do hiato do produto (que dependerá da resposta do BC):

$$y_t = y_t^n + \tilde{y}_t$$

Transmissão do Choque Tecnológico



Transmissão do Choque Tecnológico

- Em geral, o sinal do PIB e do emprego é ambíguo e depende dos parâmetros do modelo.
- Para a nossa calibração, o modelo implica que o PIB sobe e o emprego cai \Rightarrow consistente com a evidência empírica do Galí (e diferente do modelo RBC).
- A política monetária é acomodativa: as taxas de juros nominal e real são reduzidas.
- Contudo, o hiato do produto ainda cai após um choque tecnológico, o que é responsável pela queda na inflação.

Política Monetária Ótima

Política Monetária Ótima

- Até o momento assumimos que o Banco Central segue uma regra de Taylor.
- Agora vamos imaginar que o BaCen minimiza uma “função perda”.
- Vamos seguir Clarida, Galí & Gertler (1999) “The science of monetary policy”. O modelo segue as duas equações usuais (levemente modificadas):

$$\text{(DIS)} \quad \tilde{y}_t = \mathbb{E}_t \tilde{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1}) + g_t$$

$$\text{(NKPC)} \quad \pi_t = \beta \mathbb{E}_t \pi_{t+1} + \lambda \tilde{y}_t + u_t$$

Choque de Demanda e Custos

$$\text{(DIS)} \quad \tilde{y}_t = \mathbb{E}_t \tilde{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1}) + g_t$$

$$\text{(NKPC)} \quad \pi_t = \beta \mathbb{E}_t \pi_{t+1} + \lambda \tilde{y}_t + u_t$$

- g_t é um choque de demanda (por exemplo, gastos do governo).
- u_t é um choque de custos (*cost-push shock*), e incorpora mudanças no custo marginal das empresas (por exemplo, choque internacional do petróleo).

$$g_t = \rho^g g_{t-1} + \varepsilon_t^g$$
$$u_t = \rho^u u_{t-1} + \varepsilon_t^u$$

Função objetivo do BC

- Vamos assumir que o “mandato” do BC incorpora desvios da meta de inflação e do produto potencial.
- Para simplificar vamos supor que o BC não faz nenhuma promessa sobre a política monetária futura (*policy without commitment*).
 - ▶ Veja o artigo para os outros casos mais complexos.
- Isso quer dizer que a função objetivo do BC é maximizar:

$$-\frac{1}{2}[\alpha\tilde{y}_t^2 + \pi_t^2]$$

onde $\alpha \geq 0$ é o peso relativo do hiato do produto com relação a inflação. Se α for maior, o BC se importa mais com hiato do produto.

Função objetivo do BC

- Em cada período, o BC minimiza a função perda tomando a curva de Phillips como dado. Logo:

$$\max_{\tilde{y}_t, \pi_t} -\frac{1}{2}[\alpha\tilde{y}_t^2 + \pi_t^2] \quad \text{s.à} \quad \pi_t = \lambda\tilde{y}_t + \underbrace{\beta\mathbb{E}_t\pi_{t+1} + u_t}_{\text{ignore esta parte}}$$

- Substituindo a curva de Phillips na função objetivo e tomando as condições de primeira ordem, encontramos o seguinte trade-off:

$$\tilde{y}_t = -\frac{\lambda}{\alpha}\pi_t$$

- Leaning against the wind:** se a inflação estiver alta, o banco central precisa contrair a demanda aumentando a taxa de juros.
- Quanto? Depende do objetivo do BC (i.e., α) e da NKPC (i.e., λ).

Função objetivo do BC

- Em cada período, o BC minimiza a função perda tomando a curva de Phillips como dado. Logo:

$$\max_{\tilde{y}_t, \pi_t} -\frac{1}{2}[\alpha\tilde{y}_t^2 + \pi_t^2] \quad \text{s.à} \quad \pi_t = \lambda\tilde{y}_t + \underbrace{\beta\mathbb{E}_t\pi_{t+1} + u_t}_{\text{ignore esta parte}}$$

- Substituindo a curva de Phillips na função objetivo e tomando as condições de primeira ordem, encontramos o seguinte trade-off:

$$\tilde{y}_t = -\frac{\lambda}{\alpha}\pi_t$$

- Leaning against the wind:** se a inflação estiver alta, o banco central precisa contrair a demanda aumentando a taxa de juros.
- Quanto? Depende do objetivo do BC (i.e., α) e da NKPC (i.e., λ).

Política Monetária Ótima

- É possível mostrar [aqui](#) que a tx. de juros monetária ótima é uma função dos choques de demanda e de custo em uma regra de Taylor:

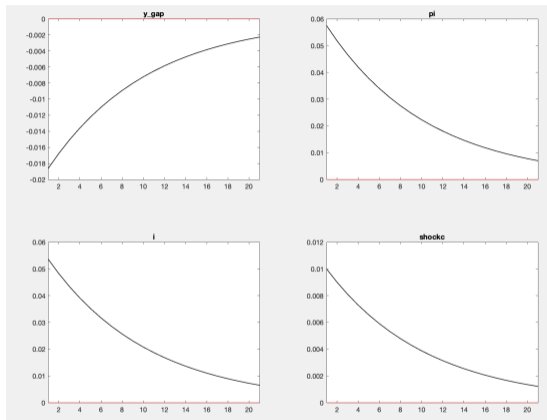
$$i_t = \phi^y \mathbb{E}_t \pi_{t+1} + \sigma g_t$$

onde: $\phi^y \mathbb{E}_t \pi_{t+1} = \left(1 + \frac{(1-\rho^u)\lambda\sigma}{\rho^u\alpha}\right) \frac{\rho^u\alpha}{\lambda^2 + \alpha(1-\beta\rho^u)} u_t.$

- Note que a política monetária ótima se ajusta para anular totalmente um choque de demanda g_t (olhe a equação DIS!).
- Mas no curto prazo, um choque de custo gera um trade-off entre inflação e produto.

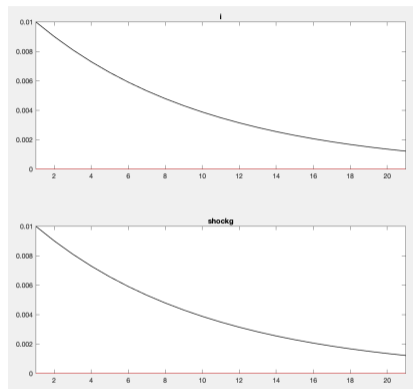
- **Intuição do choque de demanda:** pela curva DIS, se o BC subir a taxa de juros por σg_t o hiato do produto se mantém constante e a inflação esperada é completamente anulada
⇒ Não ocorre desvios da inflação nem do hiato do produto!
- **Intuição do choque de custos:** choque de custos positivo aumentam os custos marginais (aumentando a inflação) e diminui o produto (aumentando o hiato do produto). Não dá para anular ambos ao mesmo tempo.
- A ideia que o BC “precisa atuar fortemente” em choques de demanda, mas em choques de “oferta” a resposta vai depender da função objetivo do BC (α)!
- Veja a simulação no código `NKmodel13.mod`.

Choque de Custos



- **Choque de custos:** aumenta a inflação e cai o produto mesmo sob a política monetária ótima.

Choque de Demanda



- **Choque de demanda:** tx. de juros aumenta proporcionalmente com o choque para absorver a demanda. Inflação e hiato não respondem (no modelo simples).

Clarida, Galí & Gertler (1999), “The science of monetary policy”:

Result 1: “To the extent cost push inflation is present, there exists a short run trade-off between inflation and output variability.”

Result 2: “The optimal policy incorporates inflation targeting in the sense that it requires to aim for convergence of inflation to its target over time. Extreme inflation targeting, however, i.e., adjusting policy to immediately reach an inflation target, is optimal under only one of two circumstances: (1) cost push inflation is absent; or (2) there is no concern for output deviations (i.e., $\alpha = 0$).”

Apêndice

Produtor Final

- Produtor final maximiza lucro escolhendo a quantidade de insumos intermediários:

$$\max_{y_{i,t}} p_t \left(\sum_{i=1}^N y_{i,t}^{\frac{\psi-1}{\psi}} \right)^{\frac{\psi}{\psi-1}} - \sum_{i=1}^N p_{i,t} y_{i,t}$$

e a c.p.o para uma variedade i :

$$\left(\sum_{i=1}^N y_{i,t}^{\frac{\psi-1}{\psi}} \right)^{\frac{1}{\psi-1}} y_{i,t}^{-\frac{1}{\psi}} = \frac{p_{i,t}}{p_t} \quad \forall i$$

$$\left(\sum_{i=1}^N y_{i,t}^{\frac{\psi-1}{\psi}} \right)^{-\frac{\psi}{\psi-1}} y_{i,t} = \left(\frac{p_{i,t}}{p_t} \right)^{-\psi} \quad \forall i$$

$$y_{i,t} = \left(\frac{p_{i,t}}{p_t} \right)^{-\psi} y_t \quad \forall i$$

onde $y_{i,t}$ é a demanda relativa da firma pelo insumo intermediário i .

Produtor Final

- O índice de Preço do bem final é dado por:

$$p_t y_t = \sum_{i=1}^N p_{i,t} y_{i,t}$$

$$p_t y_t = \sum_{i=1}^N p_{i,t}^{1-\psi} p_t^\psi y_t$$

$$p_t^{1-\psi} = \sum_{i=1}^N p_{i,t}^{1-\psi}$$

$$p_t = \left(\sum_{i=1}^N p_{i,t}^{1-\psi} \right)^{\frac{1}{1-\psi}}$$

- Note que também é possível encontrar uma integral em vez da soma (i.e., um continuum de firmas). [Volta](#)

Hiato do Produto

- Podemos usar as equações anteriores para encontrar o **nível natural do produto**:

$$y_t^n = \left[\frac{\psi - 1}{\psi} \right]^{\frac{1}{\epsilon + \sigma}} a_t^{\frac{1 + \epsilon}{\epsilon + \sigma}}$$

- A taxa de juros natural é derivada da eq. de Euler do modelo com preços flexíveis.

$$c_t^{-\sigma} = \beta \mathbb{E}_t [1 + r_{t+1}^n c_{t+1}^{-\sigma}]$$

- Do mesmo conjunto de equações podemos encontrar o estado estacionário determinístico.

Volta

- A taxa de juros natural de um modelo NK linearizado sem governo como o do livro do Jordi Galí é definida como:

$$r_t^n \equiv \rho + \sigma(\mathbb{E}_t y_{t+1}^n - y_t^n) = \rho + \sigma \left(\frac{1 + \epsilon}{\epsilon + \sigma} \right) E_t \Delta a_{t+1}$$

- Onde o nível natural do produto (linearizado) é:

$$\hat{y}_t^n = \frac{1 + \epsilon}{\epsilon + \sigma} \hat{a}_t$$

- E $\rho \equiv -\ln \beta$ representa a taxa de juros no estado estacionário.

Volta

- Substituindo $\tilde{y}_t = -\frac{\lambda}{\alpha}\pi_t$ e $\mathbb{E}_t[\pi_{t+1}] = \rho^u\pi_t$ na NKPC:

$$\begin{aligned}\pi_t &= \beta\mathbb{E}_t\pi_{t+1} + \lambda\tilde{y}_t + u_t \\ &= \beta\rho^u\pi_t - \frac{\lambda^2}{\alpha}\pi_t + u_t\end{aligned}$$

- Encontramos a inflação e o hiato em função do choque:

$$\begin{aligned}\pi_t &= \frac{\alpha}{\lambda^2 + \alpha(1 - \beta\rho^u)}u_t \\ \tilde{y}_t &= -\frac{\lambda}{\lambda^2 + \alpha(1 - \beta\rho^u)}u_t\end{aligned}$$