Macroeconomia Microfundamentada

Equilíbrio

Tomás R. Martinez

INSPER

Referências

- Garín, Leste, and Sims: Cap. 11, 12.4, 15.
- Kurlat: Cap. 9.

Introdução

- Até o momento modelamos os agentes tomando os preços como exógenos.
- Indivíduos fazem suas decisões de poupança e trabalho tomando r e w como dado.
- Firmas decidem o quanto contratar e quanto investir tomando r e w como dado.
- Em muitos modelos os preços são variáveis **endógenas**, isso é depende dos parâmetros e das relações de oferta e demanda do modelo.
- Em particular, vamos estudar como os preços são definidos em **equilíbrio geral**.

Eq. Parcial vs Eq. Geral

- **Equlíbrio parcial**: quando preço iguala a oferta e a demanda em um determinado mercado.
- **Equlíbrio Geral**: quando *todos* os preços igualam a oferta e a demanda em *todos* os mercados ao *mesmo* tempo.
- Em equilíbrio geral, vale a **Lei de Walras**: quando $N-1$ mercados estão em equilíbrio, o enésimo mercado também estará.
- Vamos estudar mercados *competitivos*. Em alguns modelos iremos ter que incluir mercados monopolísticos.

Eq. Parcial vs Eq. Geral

- Quais são os mercados que estudamos até agora?
  - **Mercado de bens finais**: $Y = C + I$ (preço: p, normalmente normalizado como numeraire);
  - **Mercado de trabalho**: $\mathcal{N}^s = \mathcal{N}^d$. Oferta é dado pelas famílias, demanda pelas firmas e o preço é o salário, w;
  - **Mercado de capital**: $a = \mathcal{K}^d$. Oferta (poupança) é dado pelas famílias, demanda por capital vem das firmas e o preço é a tx de juros ou tx. de aluguel do capital, r;
- Equilíbrio em geral em modelos dinâmicos implica que todos esses mercados estarão em equilíbrio **em todos os períodos**;

Exemplo: Dois Agentes em Dois Períodos

- Vamos ilustrar a ideia de equilíbrio em um modelo com dois agentes que vivem dois períodos e recebem suas rendas como dotações exógenas.

- Suponha que no período 1 o agente 1 recebe a renda alta, y^H, e o agente 2 recebe a renda baixa, y^L, onde $y^H > y^L$. No período 2 ocorre o inverso.

- O problema individual é um problema de consumo-poupança padrão:

$$\max_{c_t^i, c_{t+1}^i} \quad u(c_t^i) + \beta u(c_{t+1}^i)$$

$$\text{s.à} \quad c_t^i + \frac{c_{t+1}^i}{1+r} \leq y_t^i + \frac{y_{t+1}^i}{1+r}$$

- Onde o sobrescrito "i" $= 1, 2$ se refere ao agente 1 ou 2. O subscrito t indica o período: t é o primeiro período e $t+1$ o segundo.

Exemplo: Dois Agentes em Dois Períodos

- A solução do problema será a **Equação de Euler** *para cada agente*.

$$u'(c_t^i) = \beta(1+r)u'(c_{t+1}^i)$$

- Note que r não tem sobrescrito: os dois agentes estão sujeito a mesma taxa de juros de mercado.

- Suponha uma utilidade $u(c) = \ln(c)$. Substituindo a EE na restrição orçamentária (veja a aula de consumo), temos o consumo e a poupança para o agente i:

$$c_t^i = \frac{y_t^i + \frac{y_{t+1}^i}{1+r}}{1+\beta} \quad \text{e} \quad a_{t+1}^i = y_t^i - c_t^i$$

Exemplo: Dois Agentes em Dois Períodos

- Temos dois preços para cada período nessa economia:
  - O preço do bem final, que é o numeraire e está normalizado, $p_t = 1$.
  - A tx. de juros, r.
- E duas condições de equilíbrio (i.e., mercados):
  - Mercado do bem final, i.e., demanda agregada = oferta Agregada.
  - Mercado de ativos, i.e., poupança = empréstimos.
- Pela **Lei de Walras**: basta eu encontrar o equilíbrio em um mercado que o outro também estará satisfeito.

Dois Agentes em Dois Períodos: Equilíbrio

- Utilizaremos o mercado de bem final. Já que não há investimento, a única demanda pelo bem final é o consumo agregado.

- O consumo agregado no período 1 é a soma do consumo de todos os agentes:

$$\mathcal{C}_t^d(Y_t, Y_{t+1}, r) = c_t^1 + c_t^2 = \frac{y^H + \frac{y^L}{1+r}}{1+\beta} + \frac{y^L + \frac{y^H}{1+r}}{1+\beta}$$

Dois Agentes em Dois Períodos: Equilíbrio

- Utilizaremos o mercado de bem final. Já que não há investimento, a única demanda pelo bem final é o consumo agregado.

- O consumo agregado no período 1 é a soma do consumo de todos os agentes:

$$\mathcal{C}_t^d(Y_t, Y_{t+1}, r) = c_t^1 + c_t^2 = \frac{y^H + \frac{y^L}{1+r}}{1+\beta} + \frac{y^L + \frac{y^H}{1+r}}{1+\beta}$$

- A oferta agregada no período 1 é produção de todos os agentes (exógeno):

$$Y_t = y_t^1 + y_t^2 = y^H + y^L$$

- A condição de equilíbrio do mercado de bem final: $Y_t = \mathcal{C}_t^d$.

Dois Agentes em Dois Períodos: Equilíbrio

- Utilizando a condição de equilíbrio, podemos resolver para a taxa de juros de equilíbrio:

$$Y_t = y^H + y^L = \frac{y^H + \frac{y^L}{1+r} + y^L + \frac{y^H}{1+r}}{1+\beta} = \mathcal{C}_t^d$$

- Resolvendo a equação, encontramos: $1 + r = 1/\beta$.

Dois Agentes em Dois Períodos: Equilíbrio

- Utilizando a condição de equilíbrio, podemos resolver para a taxa de juros de equilíbrio:

$$Y_t = y^H + y^L = \frac{y^H + \frac{y^L}{1+r} + y^L + \frac{y^H}{1+r}}{1+\beta} = \mathcal{C}_t^d$$

- Resolvendo a equação, encontramos: $1 + r = 1/\beta$.

- Podemos checar o eq. de mercados de ativos: $a_t^1 + a_t^2 = 0$. A poupança do agente 1 e 2:

$$a_t^1 = y^H - c_t^1 = \frac{\beta(y^H - y^L)}{1+\beta} \quad \text{e} \quad a_t^2 = y^L - c_t^2 = \frac{\beta(y^L - y^H)}{1+\beta}$$

- Que satisfaz o eq. no mercado de ativos. Note que o agente 1 poupa enquanto o 2 pega um empréstimo no período 1.

Taxa de Juros de Equilíbrio

- No exemplo, a taxa de juros dependia apenas de β. Isso só ocorreu porque a renda agregada era igual no período 1 e no período 2.

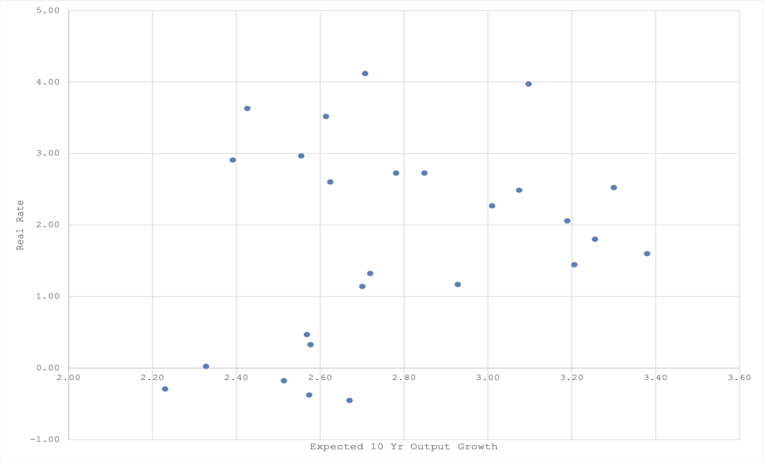
- Por exemplo, suponha que existe apenas um agente na economia. A condição de equilíbrio:

$$Y_t = C_t^d = \frac{Y_t + \frac{Y_{t+1}}{1+r}}{1+\beta} \quad \Rightarrow \quad 1 + r = \frac{1}{\beta}\frac{Y_{t+1}}{Y_t}$$

- Quando maior Y_{t+1} é em relação a Y_t, maior a taxa de juros.

- **Intuição**: se a renda é mais alta no futuro, os agentes vão demandar mais empréstimos, pressionando a taxa de juros para cima.

Relação positiva entre juros e crescimento do PIB



Fonte: GLS.

Equilíbrio Geral em Dois Períodos

- Vamos colocar produção, capital e trabalho na nossa economia de dois períodos.

- Suponha que existe uma família representativa que faz sua decisão de consumo-poupança-lazer. Ela recebe utilidade de consumo c e de lazer l:

$$U = \max_{c_t, l_t, c_{t+1}, l_{t+1}} u(c_t) + v(l_t) + \beta[u(c_{t+1}) + v(l_{t+1})]$$

- A família tem uma unidade de tempo que pode ser usado com lazer e trabalho: $1 = l + N$ em ambos períodos.

- A família "nasce" com algum capital inicial: $a_t > 0$.

Equilíbrio Geral em Dois Períodos

- A família oferta capital e trabalho, e recebe os dividendos da firma. As restrições orçamentárias no período 1 e 2 são:

$$
\begin{aligned}
c_t + a_{t+1} &= a_t(1 + r_t) + w_t N_t + D_t \\
c_{t+1} + a_{t+2} &= a_{t+1}(1 + r_{t+1}) + w_{t+1} N_{t+1} + D_{t+1}
\end{aligned}
$$

- Lembrando que $a_{t+2} = 0$ (não é ótimo morrer com dinheiro na conta). Substituindo a restrição de ambos períodos via a_{t+1}, encontramos a restrição intertemporal:

$$
c_t + \frac{c_{t+1}}{1 + r_{t+1}} = a_t(1 + r_t) + w_t(1 - l_t) + \frac{w_{t+1}(1 - l_{t+1})}{1 + r_{t+1}} + D_t + \frac{D_{t+1}}{1 + r_{t+1}}
$$

Equilíbrio Geral em Dois Períodos

- O Lagrageano do problema é:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} = & u(c_t) + v(l_t) + \beta[u(c_{t+1}) + v(l_{t+1})] + ... \\
& ...\lambda\left[w_t(1 - l_t) + \frac{w_{t+1}(1 - l_{t+1})}{1 + r_{t+1}} - c_t - \frac{c_{t+1}}{1 + r_{t+1}} + D_t + \frac{D_{t+1}}{1 + r_{t+1}}\right]
\end{aligned}
$$

Equilíbrio Geral em Dois Períodos

- O Lagrageano do problema é:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} = & u(c_t) + v(l_t) + \beta[u(c_{t+1}) + v(l_{t+1})] + ... \\
& ...\lambda \left[w_t(1 - l_t) + \frac{w_{t+1}(1 - l_{t+1})}{1 + r_{t+1}} - c_t - \frac{c_{t+1}}{1 + r_{t+1}} + D_t + \frac{D_{t+1}}{1 + r_{t+1}} \right]
\end{aligned}
$$

- E as C.P.O são iguais ao modelo de escolha de trabalho intertemporal:

$$
u'(c_t) = \beta(1 + r_{t+1})u'(c_{t+1}) \qquad \text{e} \qquad \frac{v'(l_t)}{u'(c_t)} = w_t \quad \text{para } t, t+1
$$

- Suponha $v'(l) = \theta(1 - l)^{\epsilon}$ e $u(c) = \log(c)$. A equação de oferta de trabalho é:

$$
\frac{\theta N_t^{\epsilon}}{c_t^{-1}} = w_t \quad \Rightarrow \quad N_t = \mathcal{N}^s(w_t, c_t) = \left(\frac{w_t}{\theta c_t} \right)^{\frac{1}{\epsilon}}
$$

O Problema da Firma

- A firma apenas aluga o capital da família (i.e., a poupança). O problema é estático e igual em cada período:

$$D_t = \max_{N_t, K_t} \quad A_t F(K_t, N_t) - w_t N_t - (r_t + \delta) K_t$$

- Condições de primeira ordem implicam para todos períodos,

$$AF_K(K, N) = r + \delta \qquad \text{e} \qquad AF_N(K, N) = w$$

- Assumindo F como uma Cobb-Douglas, temos a demanda por trabalho e capital

$$K = \mathcal{K}^d = \left(\frac{\alpha A}{r + \delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} N \qquad \text{e} \qquad N = \mathcal{N}^d = \left(\frac{(1-\alpha)A}{w}\right)^{\frac{1}{\alpha}} K$$

  - Lembre-se que pelo teorema de Euler: $D_t = D_{t+1} = 0$

Condições de Equilíbrio

- Eq. geral implica que. em todos os períodos, todos os mercados estarão em equilíbrio.
- Quais são as condições de equilíbrio do modelo? Para um período arbitrário t:
  (i) Equilíbrio no mercado de bens:
  $$Y_t = A_t F(K_t, N_t) = \mathcal{C}_t + I_t = c_t + K_{t+1} - (1-\delta)K_t$$
  (ii) Equilíbrio no mercado de trabalho:
  $$\mathcal{N}^d(w_t, K_t) = \mathcal{N}^s(w_t, c_t)$$
  (iii) Equilíbrio no mercado de capital:
  $$a_t = K_t = \mathcal{K}_t^d(r_t, N_t)$$

Equilíbrio Competitivo

- Já temos todas as equações para resolver o no **equilíbrio competitivo**. Em particular, um eq. competitivo satisfaz duas propriedades básicas:

- Todos os agentes, individualmente, fazem *as melhores escolhas possíveis* dado os preços de equilíbrio.
  - Isso é representado pelos problemas de maximização das famílias e da firma.

- Todas as escolhas individuais são consistentes com todas as outras escolhas. Isso é, todos os mercados estão em equilíbrio *simultaneamente*.
  - Isso é dado pelas condições de equilíbrio do slide anterior.

Descrevendo o Equilíbrio

- Para encontrar o equilíbrio basta combinar as condições ótimas da firma e da família com as condições de equilíbrio.

- Utilizando a **Equação de Euler** e a demanda por capital da firma:

$$u'(c_t) = \beta(1 - \delta + A_{t+1}F_K(K_{t+1}, N_{t+1}))u'(c_{t+1})$$

- Utilizando a oferta e a demanda por trabalho (em t e $t+1$):

$$A_t F_N(K_t, N_t) = \frac{v'(1 - N_t)}{u'(c_t)}$$

- Equilíbrio no mercado de bens (em t e $t+1$):

$$A_t F(K_t, N_t) = c_t + K_{t+1} - (1 - \delta)K_t$$

Descrevendo o Equilíbrio

- Temos um sistema com 5 variáveis endógenas $\{c_t, c_{t+1}, N_t, N_{t+1}, K_{t+1}\}$ e 5 equações:

$$u'(c_t) = \beta(1 - \delta + A_{t+1}F_K(K_{t+1}, N_{t+1}))u'(c_{t+1}) \qquad \text{Equação de Euler}$$

$$A_tF_N(K_t, N_t) = \frac{v'(1 - N_t)}{u'(c_t)} \qquad \text{Mercado de trab. em } t$$

$$A_{t+1}F_N(K_{t+1}, N_{t+1}) = \frac{v'(1 - N_{t+1})}{u'(c_{t+1})} \qquad \text{Mercado de trab. em } t+1$$

$$A_tF(K_t, N_t) = c_t + K_{t+1} - (1 - \delta)K_t \qquad \text{Mercado de bens finais em } t$$

$$A_{t+1}F(K_{t+1}, N_{t+1}) = c_{t+1} + K_{t+2} - (1 - \delta)K_{t+1} \qquad \text{Mercado de bens finais em } t+1$$

- Lembre-se que $a_0 = K_t$ é dado e $K_{t+1} = 0$. Todas as outras variáveis endógenas (w_t, r_t, Y_t, etc) podem ser recuperadas utilizando alguma equação anterior.

Equilíbrio Geral em Modelos Dinâmicos

- Dependendo das funções utilidade e de produção é possível resolver o sistema anterior analiticamente.
- A solução, entretanto, não é muito interessante.
- Modelos mais complexos tem muito mais equações (infinitas!) e a solução normalmente é feita no computador.
- Contudo, mesmos nos modelos complexos o sistema de equações também é uma combinação das condições ótimas dos agentes com as condições de equilíbrio dos mercados.

Bem Estar

Bem Estar

- O equilíbrio competitivo (i.e., o mercado) aloca os recursos de uma maneira específica.

- Essa é a melhor maneira? Seria uma boa ideia alocar o trabalho-lazer de uma maneira diferente? E o consumo-poupança?

- Como responder essa pergunta? Vamos invocar a metáfora do **Planejador Social Benevolante**.

- O problema do planejador tem uma interpretação simples: Qual a melhor maneira de alocar os recursos na economia?

Planejador Social Benevolante

- O **Planejador Social Benevolante**:
  - Escolhe as alocações de maneira que maximize a utilidade das famílias.
  - Está sujeito as restrições de recursos da economia, i.e., não consegue criar tempo nem bens "do ar".
  - Em geral, assumimos que ele não escolhe instrumentos de política econômica como impostos, gastos do governo (mas isso depende do problema).
- A solução do problema te dá a alocação a **Pareto ótima**: a alocação que não é possível melhorar para um agente sem piorar a de outro agente.

Planejador Social Benevolante

- O problema do Planejador é:

$$\max_{c_t, l_t, c_{t+1}, l_{t+1}, N_t, N_{t+1}, K_{t+1}} \quad u(c_t) + v(l_t) + \beta[u(c_{t+1}) + v(l_{t+1})]$$

$$\text{s.à} \quad F(K_t, N_t) = c_t + K_{t+1} - (1-\delta)K_t,$$

$$F(K_{t+1}, N_{t+1}) = c_t + K_{t+2} - (1-\delta)K_{t+1},$$

$$1 = N_t + l_t, \quad 1 = N_{t+1} + l_{t+1}, \quad \text{e} \quad K_t > 0 \text{ dado.}$$

- O planejador maximiza a utilidade da família tomando em conta:
  - As restrições de recursos do bem final (i.e., consumo e investimento tem que ser igual a produção);
  - As restrições de tempo de trabalho e lazer.

- Não há preços! O planejador não considera os preços já que não aloca recursos via mercado.

Planejador Social Benevolante

- Para resolver vamos substituir todas as restrições na utilidade (e usar $K_{t+2} = 0$):

$$
\max_{N_t, N_{t+1}, K_{t+1}} u(F(K_t, N_t) - K_{t+1} + (1-\delta)K_t) + v(1 - N_t) + ...
$$

$$
...\beta[u(F(K_{t+1}, N_{t+1}) + (1-\delta)K_{t+1}) + v(1 - N_{t+1})]
$$

Planejador Social Benevolante

- A C.P.O com respeito a N_t (N_{t+1} é igual) resulta na equação de oferta de trabalho usual:

$$u'(\underbrace{F(K_t, N_t) - K_{t+1} + (1-\delta)K_t}_{c_t})F_N(K_t, N_t) = v'(1 - N_t)$$

- A C.P.O com respeito a K_{t+1} resulta na equação euler:

$$u'(\underbrace{F(K_t, N_t) - K_{t+1} + (1-\delta)K_t}_{c_t}) =$$

$$\beta(1 - \delta + F_K(K_{t+1}, N_{t+1}))u'(\underbrace{F(K_{t+1}, N_{t+1}) + (1-\delta)K_{t+1}}_{c_{t+1}})$$

Alocações Ótimas

- As equações que sairam da solução do planejador são **EXATAMENTE IGUAIS** a do equilíbrio competitivo.
  (i) Equação da oferta de trabalho igual a demanda (produto mg. do trabalho)
  (ii) Equação de Euler e equação de eq. no mercado de bens.

- Isso não é uma coincidência. No nosso modelo simples de dois períodos, a alocação de mercado é **Pareto ótima**.

- Isso é resultado do Primeiro Teorema do Bem Estar

O Primeiro Teorema do Bem Estar

- **O Primeiro Teorema do Bem Estar** diz que, dado certas suposições, o equilíbrio competitivo é Pareto ótimo e nenhuma intervenção vai ser melhor que o mercado.
- Quando o primeiro teorema do bem estar não é satisfeito?
  - Na presença de **externalidades**.
  - Na presença de **poder de mercado**.
  - Na presença de **taxação distorciva**.
  - Na presença de **informação imperfeita**.
  - Qualquer fricção e falha de mercado em geral.
- Ninguém acredita que o Primeiro Teorema do Bem Estar é satisfeito na prática, contudo, serve como um guia sobre o que importa e o que não importa para nos deixar mais longe das alocações ótimas.
  - Os Teoremas do Bem Estar são estudados com mais detalhes em cursos de micro.